Ministerium
für Bildung und Wissenschaft
des Landes Schleswig-Holstein

Zentrale Abschlussarbeit 2013

Mathematik

Korrekturanweisung

Realschulabschluss

Impressum

Herausgeber
Ministerium für Bildung und Wissenschaft des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Str. 16 -22, 24105 Kiel

Aufgabenentwicklung
Ministerium für Bildung und Wissenschaft des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung
Ministerium für Bildung und Wissenschaft des Landes Schleswig-Holstein
Telefon 0431/988 - 2288, E-Mail: zab1@bildungsdienste.landsh.de

Druck
Polyprint GmbH

A Kurzformaufgaben

A1 Jannis hat eine DVD für 8 € gekauft und diese an einen Freund für 6 € verkauft.
Berechne, wie hoch sein Verlust ist.

Sein Verlust beträgt ___2__€.

Entscheide, wie viel Prozent der Verlust von Jannis beträgt.

[ ] 20%   [X] 25%   [ ] 60%   [ ] 75%

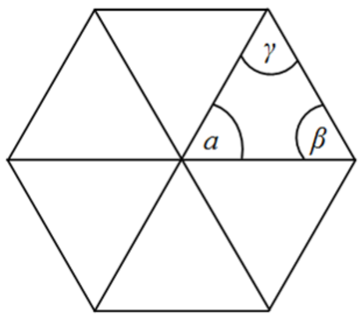
/2 P.

A2 Wie viele Möglichkeiten gibt es, mit einem roten und einem blauen Würfel die Augensumme 7 zu würfeln?

[ ] 2   [ ] 4   [X] 6   [ ] 7

/1 P.

A3 Kreuze alle wahren Aussagen für ein regelmäßiges Sechseck an.



[X] Alle Dreiecke sind gleichseitig.

[ ] Alle Dreiecke sind rechtwinklig.

[ ] Der Winkel α beträgt 50°.

[X] Die Winkel α, β und γ sind gleich groß.

/2 P.

A4 Von 2011 auf 2012 stieg die Mitgliederzahl des TSV Sporty um 15%. Im Jahr 2011 hatte der TSV Sporty 500 Mitglieder.
Kreuze an, wie viele Mitglieder der TSV Sporty im Jahr 2012 hatte.

[ ] 515   [ ] 530   [X] 575   [ ] 600

/1 P.

A5 In einer Lostrommel mit 600 Losen befinden sich 10 Hauptgewinne und 40 Kleingewinne. Der Rest sind Nieten.

- Gib die Wahrscheinlichkeit an, einen Hauptgewinn zu erzielen.

  Gewinnwahrscheinlichkeit für einen Hauptgewinn beträgt $\frac{1}{60}$ $\left(=\frac{10}{600}\right)$.

- Gib auch die Wahrscheinlichkeit an, einen beliebigen Gewinn zu erzielen.

  Die Gewinnwahrscheinlichkeit für einen beliebigen Gewinn beträgt $\frac{1}{12}$ $\left(=\frac{50}{600}\right)$.

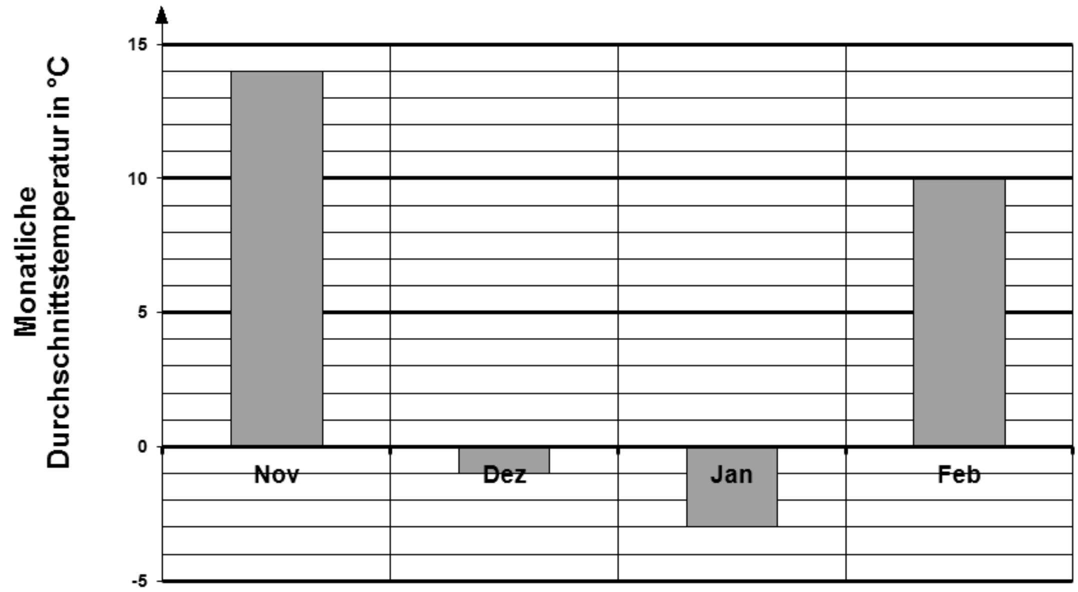
/2 P.

A6 Verbinde jeden Term links mit einem gleichwertigen Term rechts.

$2x\cdot\left(-3x+y^2\right)$	$-2xy^2+6x^2y$
$\left(-2y+6x\right)\cdot yx$	$4x^2-4xy+y^2$
$\left(-2x-y\right)\cdot\left(-2x+y\right)$	$-6x^2+2xy^2$
$\left(2x-y\right)^2$	$4x^2-y^2$

/4 P.

A7 Im Diagramm sind die monatlichen Durchschnittstemperaturen der Wintermonate dargestellt.



Berechne die Durchschnittstemperatur aller Wintermonate.

Durchschnittstemperatur: _5 °C

Zwischen welchen beiden aufeinanderfolgenden Monaten unterscheidet sich die dargestellte Durchschnittstemperatur am wenigsten?

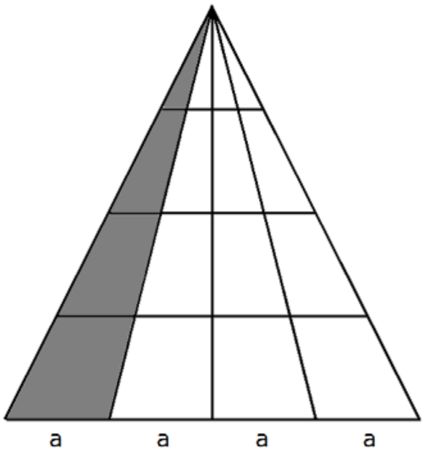
____Dezember, Januar_________________

Gib an, um wie viel Grad Celsius sich die Durchschnittstemperaturen von November und Januar unterscheiden.

Unterschied: _17 °C

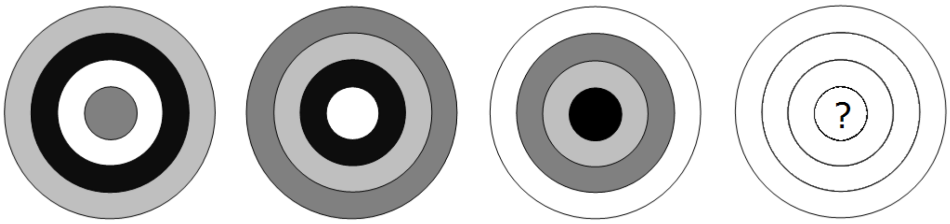
/3 P.

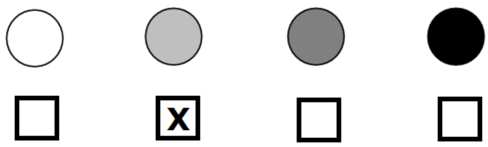
A8 Färbe in der Figur 25% der Fläche grau.



/1 P.

A9 Die vier Farben im Kreismuster wechseln von Kreis zu Kreis stets im gleichen Rhythmus. Welche Farbe muss beim nächsten Kreismuster der innerste Ring haben? Kreuze an.





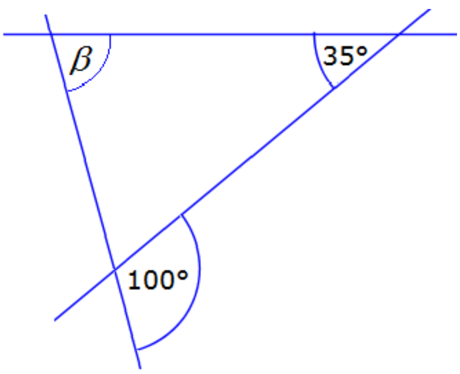
/1 P.

A10 Setze die richtigen Rechenzeichen in die Kästchen ein, so dass die Gleichung stimmt.

$2 \boxed{+} 8 \boxed{\cdot} 6 = 50$

/1 P.

A11 Berechne die Größe des Winkels β.



(Zeichnung nicht maßstäblich)

β = __65°__

/1 P.

A12 Welche der quadratischen Funktionen haben zwei Nullstellen? Kreuze an und begründe.

A: $f(x) = x^2 - 6$ [X]

B: $f(x) = x^2 + 6$ [ ]

C: $f(x) = -x^2 - 6$ [ ]

D: $f(x) = -x^2 + 6$ [X]

Verschiedene Begründungen sind möglich, beispielsweise:
A: Der Scheitelpunkt des Funktionsgraphen liegt bei (0|-6). Da die Parabel nach oben geöffnet ist, existieren zwei Nullstellen.

D: Der Scheitelpunkt des Funktionsgraphen liegt bei (0|6). Da die Parabel nach unten geöffnet ist, existieren zwei Nullstellen.

/4 P.

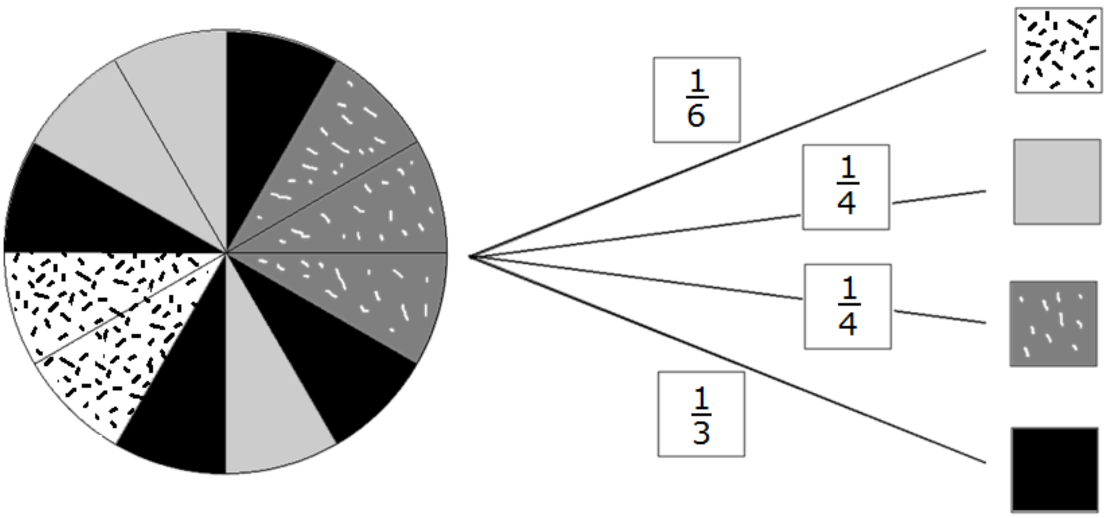
A13 Auf einer Karte mit dem Maßstab 1:200 000 werden 5 cm zwischen zwei Orten gemessen. Wie lang ist der Weg in der Wirklichkeit?

[ ] 2 km   [X] 10 km   [ ] 20 000 m   [ ] 50 km

/1 P.

A14 Ein Glücksrad mit 12 Sektoren ist vierfarbig.

Trage bei dem Baumdiagramm die fehlenden Wahrscheinlichkeiten dafür ein, zufällig auf eine der Farben zu treffen.



Angaben in anderer Form sind auch zulässig, z. B. ungekürzte Brüche oder Prozentangaben.

/4 P.

A15 Für den Klassenausflug hat der Lehrer von 24 Schülerinnen und Schülern insgesamt 120 € eingesammelt. Jeder gab gleich viel.

- Bestimme, wie viel Geld jeder einzelne aus der Klasse gab.

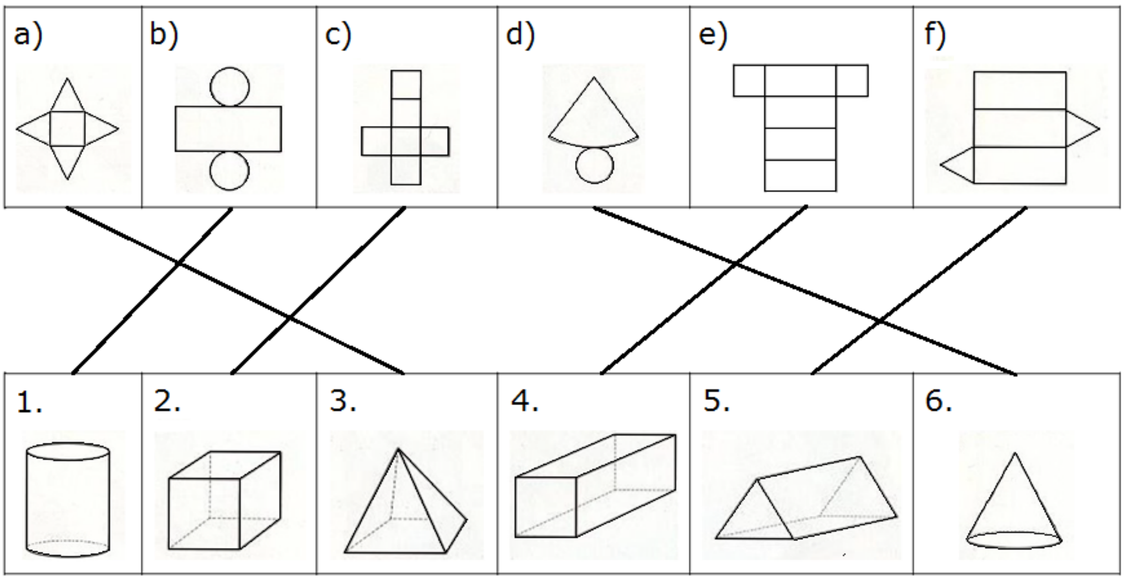
Jeder gab _5_ €.

Vier der 24 aus der Klasse können am Ausflug nicht teilnehmen und bekommen ihr Geld zurück. Da der Preis für den Ausflug allerdings gleich bleibt, müssen die anderen Teilnehmer nachzahlen.
Wie viel Geld muss jeder noch nachträglich bezahlen?

- Dann müsste jeder zusätzlich _1_ € bezahlen.

/2 P.

A16 Verbinde die jeweiligen Körpernetze mit dem zugehörigen Körper.



/3 P.

A17 Wie viele Minuten sind $\frac{7}{12}$ einer Stunde?

Lösung: _35_ min

/1 P.

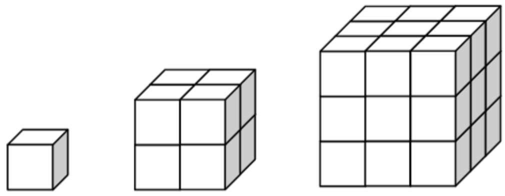
A18 Aus kleinen Würfeln mit der Kantenlänge 1 cm werden nacheinander große Würfel zusammengesetzt.

Wie groß ist das Volumen des nächsten nicht gezeichneten Würfels?

Das Volumen beträgt _64_ cm³.

Wie hoch ist ein Würfel mit einem Volumen von 125 cm³?

Seine Höhe beträgt _5_ cm.

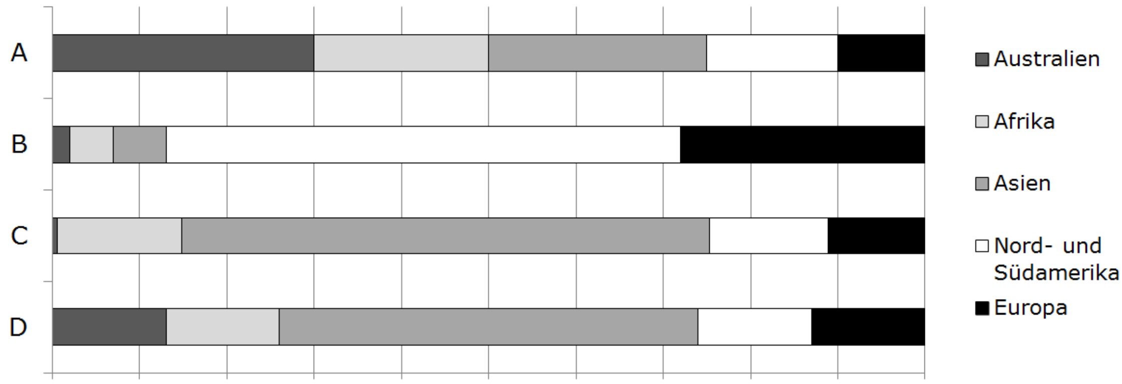


/2 P.

A19 Die Weltbevölkerung verteilt sich auf die Kontinente wie folgt:

60,5%	Asien
14,2%	Afrika
13,6%	Nord- und Südamerika
11,1%	Europa
0,5%	Australien

Eines dieser Diagramme gibt den Sachverhalt richtig wieder.



Kreuze unten das Diagramm an, das den Sachverhalt richtig darstellt.

Begründe für die anderen drei Diagramme, warum sie nicht richtig sein können.

☐ Diagramm A: Der Anteil der Bevölkerung Asiens muss der größte dargestellte Anteil sein, nicht Australien.

☐ Diagramm B: Der Anteil der Bevölkerung Asiens muss der größte dargestellte Anteil sein, nicht Nord- und Südamerika.

☒ Diagramm C

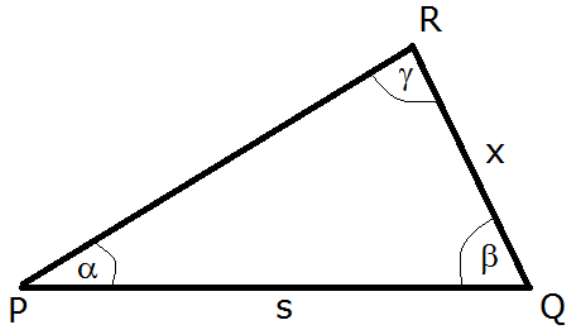
☐ Diagramm D: Die Bevölkerungsanteile von bspw. Europa und Australien dürfen nicht gleich groß sein.

/4 P.

Für alle Aufgaben gilt: Abweichende Lösungswege, die zu gleichen Ergebnissen führen, sind gleichwertig zu bepunkten.
Beim Runden orientieren sich die Schülerinnen und Schüler an den an der Schule üblichen Regeln.

B1 Trigonometrie — Geometrie im Hafen - Lösung

a) Fertige eine Skizze an



/1 P.

---

b) Bestimme den Abstand des Messstandortes Q von der Spitze R der Südmole. Runde auf volle Meter.

$s = 100$ m, $\alpha = 33°$, $\beta = 75°$

Winkel γ bei R: $\gamma = 180° - (\alpha + \beta) = 72°$ (1)

$$\frac{x}{\sin\alpha} = \frac{s}{\sin\gamma} \quad (1)$$

$$x = \sin\alpha \cdot \frac{s}{\sin\gamma}$$

$$= \sin 33° \cdot \frac{100}{\sin 72°} \quad (1)$$

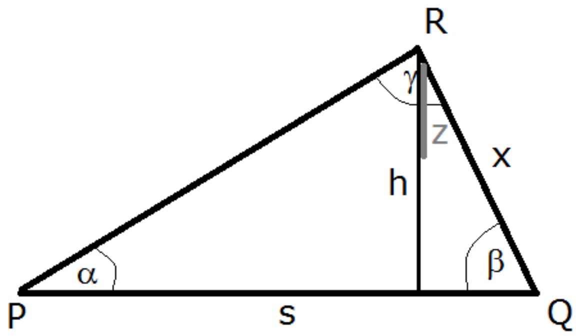
$$\approx 57\,[\text{m}] \quad (1)$$

Die Strecke $\overline{RQ}$ ist 57 m lang.

/4 P.

---

c) Bestimme die Breite *z* der Durchfahrt zwischen dem Ende E des Steges und dem Leuchtfeuer R. Runde auf volle Meter.



$\beta = 75°$, Steglänge = 35 m.

$$\sin\beta = \frac{h}{x} \qquad (1)$$

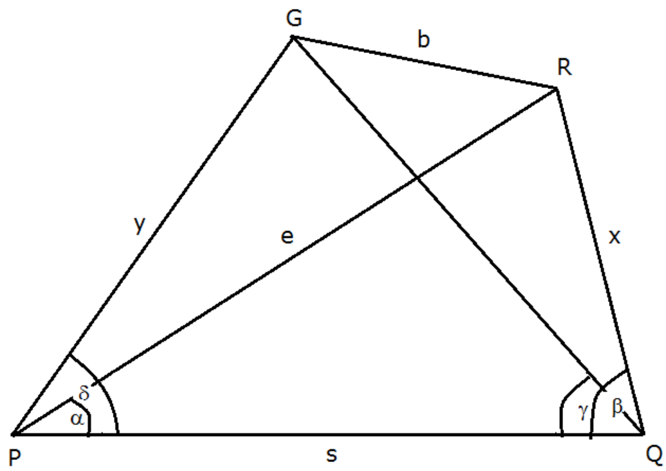
$$\begin{aligned} h &= x \cdot \sin\beta \\ &= 57 \cdot \sin(75°) \\ &\approx 55\,[\mathrm{m}] \qquad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= h - 35\ \mathrm{m} \\ &= 20\ \mathrm{m} \qquad (1) \end{aligned}$$

Die Durchfahrt ist 20 m breit.

/3 P.

d)



- Jan behauptet: „Die Entfernungen zwischen P und G und zwischen Q und G sind ja gleich groß."
  Stimmt das? Überprüfe die Behauptung.

  Die erste Behauptung stimmt.
  Da die beiden Winkelmaße $\gamma = 52{,}5°$ und $\delta = 52{,}5°$ gleich groß sind, ist das Dreieck PQG gleichschenklig.

/1 P.

- Außerdem behauptet Jan: „Es wäre für uns bequemer, wenn wir P und Q so verschieben, dass $\delta = 90°$ und $\beta = 90°$ sind. Dann müssten *s* und *b* nämlich gleich lang sein."
  Hat er Recht? Überprüfe auch diese Behauptung.

  Die zweite Behauptung ist falsch.
  Jan vermutet, wenn $\delta = 90°$ und $\beta = 90°$ wären, dann sei das Viereck PQRG ein Rechteck. Dazu müsste aber außerdem noch sicher sein, dass die Strecken $\overline{PQ}$ und $\overline{GR}$ parallel sind. Das ist nicht der Fall. Weil die Nord- und Südmole unterschiedlich weit ins Meer reichen.

/1 P.

e) Überprüfe das Ergebnis rechnerisch: $b = 37$ m

$y = 82$ m, $e = 102$ m, b=37 m

Winkel ε bei P im Dreieck PRG:

$\varepsilon = \delta - \alpha$

$= 19{,}5°$ (1)

Kosinussatz im Dreieck PRG:

$b^2 = y^2 + e^2 - 2 \cdot y \cdot e \cdot \cos\varepsilon$ (1)

$b \approx 37$ m

Das Ergebnis ist richtig (1)

/3 P.

---

f) Jan behauptet: „Das ist ganz leicht: Ich kenne die Längen *y* und *e* und den Winkel δ – α. Dann kann ich die Länge *b* mit dem Sinussatz berechnen."

➢ Begründe oder widerlege die Behauptung.

Die Behauptung ist falsch. (1)
Den Sinussatz kann man nur anwenden, wenn mindestens zwei Winkel und die Länge einer Seite bekannt sind. Es ist jedoch nur der Winkel bei P bekannt; die Winkel bei G und bei R sind nicht bekannt. (1)

/2 P.

[redacted]

a) Berechne die Größe der Grundfläche der Cheopspyramide.
Gib das Ergebnis in Hektar an.

$$a = 230 \text{ m}$$

$$G = a^2$$
$$= 230^2$$
$$= 52\,900 \qquad (1)$$
$$= 5{,}29 \text{ ha} \qquad (1)$$

Die Grundfläche beträgt 5,29 ha.

/2 P.

---

b) Überprüfe die Behauptung der Wissenschaftler.

<u>Volumen der Mauer</u>

$$l = 3800 \text{ km},\ b = 2 \text{ m},\ h = 0{,}3 \text{ m}$$

$$V = l \cdot b \cdot h \qquad (1)$$
$$= 3\,800\,000 \cdot 2 \cdot 0{,}3 \qquad (1)$$
$$= 2\,280\,000 \text{ m}^3 \qquad (1)$$

Das Volumen der Mauer beträgt 2 280 000 m³.

<u>Volumen der Pyramide</u>

$$a = 230 \text{ m},\quad h = 146 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h \qquad (1)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 230^2 \cdot 146 \qquad (1)$$

$$V = 2\,574\,466{,}667 \text{ m}^3 \qquad (1)$$

Das Volumen des Gesteins beträgt 2 574 467 m³.

Die Behauptung der Wissenschaftler ist richtig. (1)

/7 P.

---

c) Überprüfe diese Eigenschaft rechnerisch. Gib die Ergebnisse auf Tausendstel gerundet an.

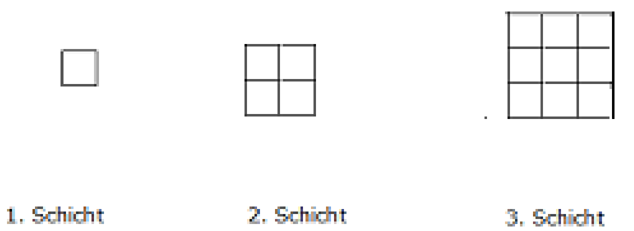
$$h = 146\text{ m}$$
$$U = 230 \cdot 4$$
$$= 920\text{ m} \qquad (1)$$
$$\frac{h}{U} = \frac{146}{920}$$
$$\approx 0{,}159 \qquad (1)$$

$$\mathrm{r} = 2\text{ m}$$
$$U = 2r \cdot \pi$$
$$\approx 12{,}57\text{ m} \qquad (1)$$
$$\frac{r}{U} = \frac{2}{4\pi}$$
$$\approx 0{,}159 \qquad (1)$$

/4 P.

---

d) ➢ Fertige für die drei oberen Schichten jeweils Skizzen an.



$$\underbrace{1 \qquad 4 \qquad 9}$$

(1)

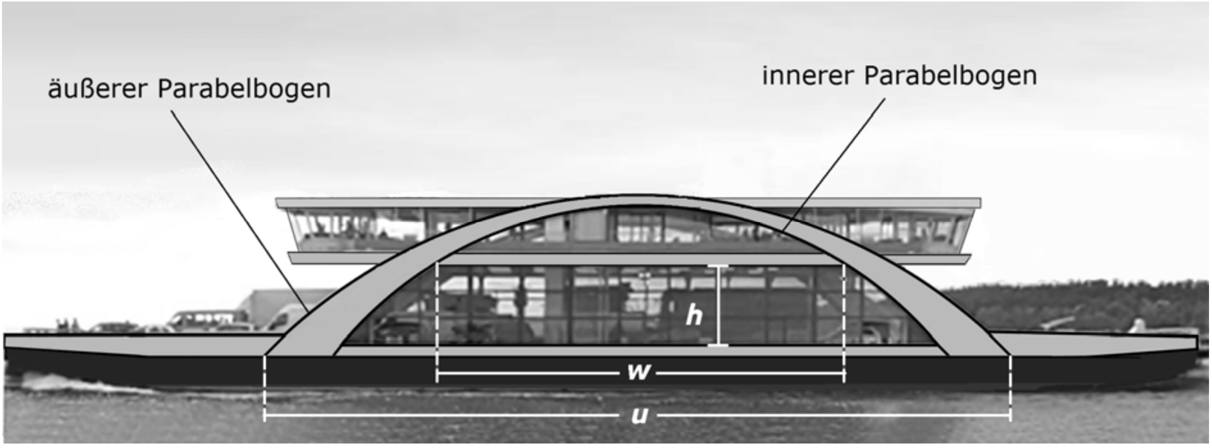
➢ Gib an, wie viele Holzklötze sie insgesamt für eine Pyramide mit sechs Schichten benötigt.

Insgesamt werden 91 Würfel benötigt (1)

/2 P.

B3 Quadratische Funktionen: Fährschiff - Lösung

Ein Fährschiff hat eine maximale Länge von 78 m.



a) ➢ Berechne, wie viele Pkw der Länge 4,50 m maximal auf dem Fahrbahndeck Platz finden.

$78 : 4{,}50 \approx 17{,}33$ (1)

$17 \cdot 3 = 51$ (1)

Es passen maximal 51 Pkw der Länge 4,50 m auf das Fährschiff.

➢ Berechne den "verschenkten Platz" (die Länge der Abstände) in dieser Reihe.

$15 \cdot 4{,}5 = 67{,}5$ (1)

$78 - 67{,}5 = 10{,}5$ (1)

Der "verschenkte Platz" (die Länge der Abstände) beträgt 10,5 m.

/4 P.

---

b) Gib die Höhe des Schiffes über der Wasserlinie an.

Der höchste Punkt der Parabel liegt 10 m über dem Fahrbahndeck. (1)

Dieses liegt wiederum 2,50 m über der Wasserlinie. (1)

Also beträgt die Gesamthöhe über der Wasserlinie 10 +2,50 = 12,50 m (1)

/3 P.

---

c) Berechne die größte Breite u zwischen dem äußeren parabelförmigen Bogen ($y = -\frac{1}{90}x^2 + 10$).

$$y = -\frac{1}{90}x^2 + 10$$

$$0 = -\frac{1}{90}x^2 + 10 \qquad (1)$$

$$x^2 = -10 : \left(-\frac{1}{90}\right)$$

$$x^2 = 900 \qquad (1)$$

$$x_1 = 30 \quad \wedge \quad x_2 = -30 \qquad (1)$$

$$u = 2 \cdot x_1 = 60 \qquad (1)$$

$$= 60 \text{ m} \qquad (1)$$

/5 P.

---

d) Berechne die Durchfahrtshöhe h.

$$P(11 \mid h) \qquad (1)$$

$$h = -\frac{1}{40}x^2 + 9$$

$$= -\frac{1}{40} \cdot 11^2 + 9 \qquad (1)$$

$$h \approx 5{,}98\ m \qquad (1)$$

Die Durchfahrthöhe beträgt rund 5,98 m.

/3 P.

B4 Exponentialfunktion DIN – Format - Lösung

a) Berechne den Flächeninhalt der DIN-Formate und trage die Ergebnisse auf ganze cm² gerundet in die Tabelle ein.

Hinweis: Durch das Runden auf ganze cm² ist es bis DIN A3 gleichgültig, ob der Ausgangswert 9999,49 cm² fortlaufend halbiert wird oder ob die gerundeten Werte halbiert werden.

DIN-Format	A0	A1	A2	A3
Flächeninhalt [cm^2]	9999	5000	2500	1250

/2 P.

---

b) Gib an, wie oft ein DIN A4 - Blatt halbiert werden muss, um eine Visitenkarte in Form eines DIN A8-Formates zu bekommen.

Ein DIN A4-Blatt muss 4-mal geteilt werden, um die Größe einer DIN A8-Karte zu erreichen.

/1 P.

---

c) Bestimme, wie viele DIN A4-Blätter man aus einem DIN A0-Blatt durch Zerschneiden herstellen kann.

Ein DIN A0-Blatt muss 4-mal geteilt werden, um die Größe eines DIN A4-Blattes zu bekommen. (1)
Dabei entstehen bei jeder Teilung 2 Blätter.
Insgesamt erhält man $2^4 = 16$ DIN A4-Blätter. (1)

(*Auch für eine korrekte zeichnerische Lösung gibt es die volle Punktzahl*)

/2 P.

---

d)
- Finde die Seitenlängen des Rechtecks in den dargestellten Linien des Quadrats wieder.
  Notiere, welche Zusammenhänge du erkennst.

  Die kurze Seitenlänge *a* des Rechtecks stimmt mit der Seitenlänge *a* des Quadrats überein. (1)

  Die größere Seitenlänge *h* des Rechtecks stimmt mit der Länge der Diagonalen im Quadrat überein. (1)

/2 P.

➢ Berechne den Flächeninhalt, den das Rechteck dann hat.

Wenn das Quadrat einen Flächeninhalt von 1 m² hat, dann muss seine Seitenlänge a = 1 m betragen.
Eine Diagonale zerlegt das Quadrat in zwei rechtwinklige Dreiecke. Nach dem Satz des Pythagoras ist $h^2 = a^2 + a^2$. Die Diagonale hat die Länge $h = a \cdot \sqrt{2} \approx 1{,}414 \text{ m}$. (1)
Das Rechteck hat den Flächeninhalt
$A = a \cdot h \approx 1 \text{ m} \cdot 1{,}414 \text{ m} = 1{,}414 \text{ m}^2$. (1)

/2 P.

➢ Berechne die Höhe h des DIN A4-Blattes und seinen Flächeninhalt mit Hilfe der Zeichnung.

Die Höhe h des Rechtecks ist $\sqrt{2}$-mal so groß wie seine Breite, also
$h = a \cdot \sqrt{2} = 210 \text{ mm} \cdot \sqrt{2} \approx 296{,}98 \text{ mm}$ (1)
Der Flächeninhalt DIN A4-Blattes ist
$A = a \cdot h \approx 210 \text{ mm} \cdot 210 \text{ mm} \cdot \sqrt{2} \approx 62\,367 \text{ mm}^2$ (1)

/2 P.

---

e) Berechne, wie viele Verkleinerungen notwendig sind, bis ein Flächeninhalt von 0,75 m² erstmals unter 625 cm² gesunken ist.

$q = \frac{3}{5}$
$G_n = 625 \text{ cm}^2$
$G_0 = 7500 \text{ cm}^2$ (1)

$$g_n = g_o \cdot q^n$$
$$lg(g_n) = lg(g_0) + n \cdot lg(q) \quad (1)$$
$$lg(g_n) - lg(g_0) = n \cdot lg(q)$$
$$n = \frac{lg(g_n) - lg(g_0)}{lg(q)}$$
$$n = \frac{lg(625) - lg(7500)}{lg(0{,}6)}$$
$$n \approx 4{,}86 \quad (1)$$

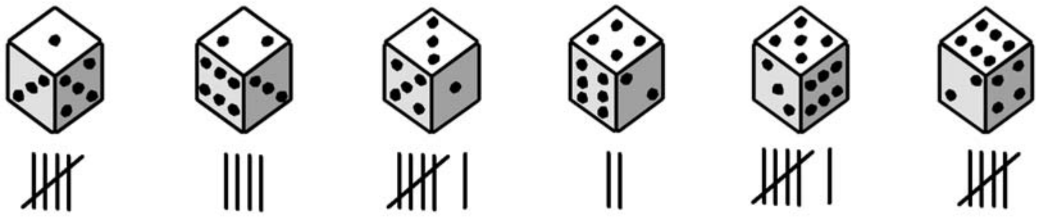
Nach der fünften Verkleinerung liegt der Flächeninhalt erstmals unter 625 cm². (1)

(*Auch eine Lösung durch fortlaufendes Multiplizieren mit* $\frac{3}{5}$ *wird akzeptiert.*)

/4 P.

B5 Daten und Zufall   Rund um den Würfel - Lösung

Markus hat 30-mal mit einem Würfel gewürfelt und die Ergebnisse seiner Zufallsexperimente folgendermaßen dargestellt:



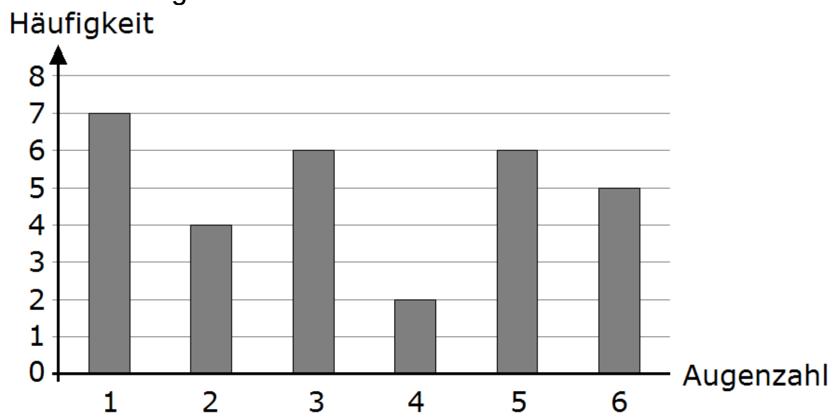
a) Trage die Ergebnisse in die Tabelle ein.

Ereignis	1	2	3	4	5	6
Absolute Häufigkeit	**7**	**4**	**6**	**2**	**6**	**5**

/1 P.

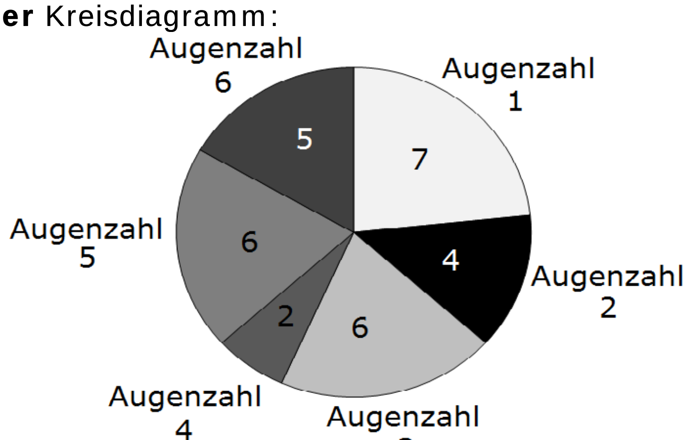
➢ Erstelle ein passendes Diagramm.

z.B. Säulendiagramm:



(4)

oder Kreisdiagramm:



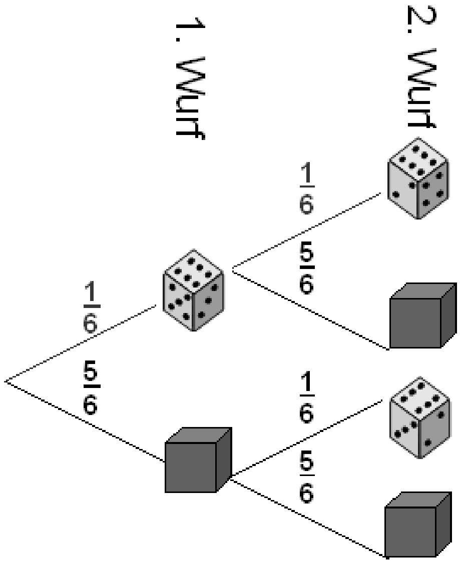
(4)

oder weitere den Schülerinnen und Schülern bekannte Diagrammtypen.

/4 P.

---

b) ➢ Erstelle ein Baumdiagramm.



(3)

➢ Berechne die Wahrscheinlichkeit, zweimal hintereinander eine Sechs zu würfeln.

Die Wahrscheinlichkeit beträgt: $p = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 2{,}8\%$ (2)

➢ Bestimme die Wahrscheinlichkeit für „Genau ein Wurf von beiden ist eine Sechs“

Die Wahrscheinlichkeit beträgt: $p = \frac{5}{36} + \frac{5}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \approx 27{,}8\%$ (2)

/7 P.

c) Trage in die Tabelle jeweils das zugehörige Gegenereignis ein.

Das Ereignis	hat als Gegenereignis	
	Nur eine der beiden jeweiligen folgenden Darstellungsformen wird verlangt.	
"Es fällt eine gerade Zahl" A = { 2;4;6 }	"Es fällt eine ungerade Zahl" $\overline{A} = \{ 1 ; 3 ; 5 \}$	(1)
„Es fällt eine 1“ B = { 1 }	"Es fällt keine 1“ $\overline{B} = \{ 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$	(1)
„Es fällt eine Zahl kleiner als 5“ C = { 1;2;3;4 }	„Es fällt eine Zahl größer gleich 5“ $\overline{C} = \{ 5 ; 6 \}$	(1)

/3 P.

Bewertungsschlüssel RSA

Punkte	Prozente	Realschulabschluss (Note)
90 - 100	≥90	1
75 - 89	≥75	2
60 - 74	≥60	3
45 - 59	≥45	4
22 - 44	≥22	5
21 - 0	<22	6