Schleswig-Holstein
Der echte Norden

SH
Schleswig-Holstein
Ministerium für Bildung,
Wissenschaft und Kultur

Zentrale Abschlussarbeit 2018

Mathematik

Korrekturanweisung

Mittlerer Schulabschluss

Herausgeber
Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Str. 16-22, 24105 Kiel

Aufgabenentwicklung
Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung
Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
zab1@bildungsdienste.landsh.de

Druck
Polyprint GmbH

A Kurzformaufgaben Lösungen

A1 Gib an, welche Zahl man zu der Zahl 3 addieren muss, um die Zahl –4 zu erhalten.

–7

/1 P.

A2 Die Form einiger Buchstaben des Alphabets ist symmetrisch. Gib jeweils einen Buchstaben an, für dessen geometrische Form die folgende Bedingung gilt:

a) achsensymmetrisch:

A B C D E H I K M O T U V W X Y

b) punktsymmetrisch:

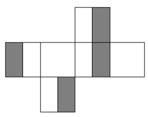
H I N O S X Z

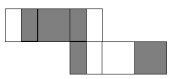
c) punktsymmetrisch und achsensymmetrisch:

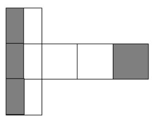
H I O X

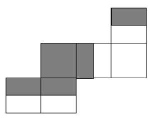
/3 P.

A3 Ein Würfel wird zur Hälfte in Farbe getaucht.
Kreuze an, welches der folgenden Netze zu diesem Würfel gehört.

☐ 

☐ 

☐ 

☒ 

/1 P.

A4 Es wird berichtet, dass der Mathematiker Carl-Friedrich Gauß als Schüler seinen Mathematiklehrer ins Erstaunen versetzte. Carl-Friedrich sollte die natürlichen Zahlen von 1 bis 100 addieren. Er gab den relativ einfachen Term $101 \cdot 50$ als Ergebnis an.

Dafür überlegte er Folgendes:

1 + 100, 2 + 99, 3 + 98, ..., 50 + 51

Erläutere, wie Gauß auf diesen Term gekommen sein könnte.

Wenn man die hundert Summanden in die obig angegebenen „2er-Paare" anordnet, erkennt man, dass sich jeweils Paare ergeben, deren Summenwert 101 ergibt. Da es sich um 50 Paare handelt, beträgt der Summenwert der ersten 100 natürlichen Zahlen $101 \cdot 50$.

/1 P.

A5 Herr Evers fährt mit seinem Pkw zu seiner Arbeit in einen 100 km entfernten Ort. Seine Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt dabei 75 km/h.

Kreuze an, wie viel Zeit er für die Fahrt zur Arbeit benötigt.

☒ 1 h 20 min ☐ 1 h 27 min ☐ 1 h 40 min ☐ 1 h 50 min

/1 P.

A6 Bei vielen Fernseh- und Computerbildschirmen verhalten sich Breite zu Höhe des sichtbaren Bereiches wie 16 zu 9.

Welche Maße hat ein solcher Bildschirm etwa, wenn seine Bildschirmdiagonale mit 55 cm angegeben ist?

☐ 32 cm x 18 cm ☐ 32 cm x 25 cm ☒ 48 cm x 27 cm ☐ 48 cm x 32 cm

/1 P.

A7 Für zwei Zahlen x und y soll gelten: $x \cdot y = 1$.

Kreuze an, welche der folgenden Aussagen wahr ist.

☒ Wenn x negativ ist, dann ist y auch negativ.

☐ Wenn x größer als 1 ist, dann ist auch y größer als 1.

☐ Weder x noch y können negativ sein.

☐ Wenn x kleiner als 1 ist, dann ist y negativ.

/1 P.

A8 Helen möchte eine Spielekonsole für 400 € kaufen. Sie hat von ihrer Tante dafür 130 € als Zuschuss erhalten. Sie selbst kann monatlich 30 € ansparen.

Kreuze an, mit welcher Gleichung Helen berechnen kann, wie viele Monate sie sparen muss.

☐ $400\,€ = 130\,€ \cdot x + 30\,€$

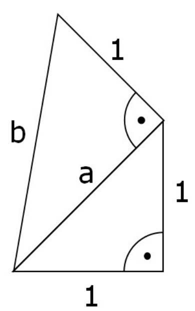
☒ $400\,€ = 130\,€ + 30\,€ \cdot x$

☐ $30\,€ \cdot x - 130\,€ = 400\,€$

☐ $130\,€ \cdot x = 400\,€ - 30\,€$

/1 P.

A9 Welche Länge hat die Strecke b?



☐ $\sqrt{2}$ ☒ $\sqrt{3}$ ☐ $\sqrt{4}$ ☐ $\sqrt{5}$

/1 P.

A10 Welcher mathematische Sachverhalt wird beim folgenden Kopfrechentrick verwendet?

$13 \cdot 17 = (15-2)(15+2) = 15 \cdot 15 - 2^2 = 225 - 4 = 221$

☐ Satz des Thales

☐ Satz des Pythagoras

☒ binomische Formel

☐ Kommutativgesetz

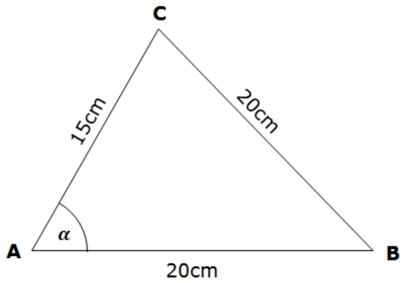
/1 P.

A11 Kreuze an, welche Zahl den gleichen Wert hat wie der Term $1{,}92 \cdot 99{,}45 \cdot 6{,}25$.

☐ 11934 ☒ 1193,4 ☐ 119,34 ☐ 11,934

/1 P.

A12 Begründe, warum es kein Dreieck mit den Maßen aus der folgenden Skizze geben kann.



$\alpha = 60°$

Das Dreieck ist gleichschenklig, somit müssen die Basiswinkel α und γ jeweils gleich groß sein. Da angegeben ist, dass $\alpha = 60°$ ist, ist folglich $\gamma = 60°$. Wegen der Winkelsumme im Dreieck müsste dann aber auch gelten, dass $\beta = 60°$ ist. Dann würde es sich wegen drei gleich großer Winkel jedoch um ein gleichseitiges Dreieck handeln, was im Widerspruch zu der Angabe AC = 15 cm steht.

Für die Bepunktung ist es nicht zwangsläufig notwendig, dass die Schüler die exakten Fachbegriffe nutzen. Es reicht, wenn die Argumentation nachvollziehbar ist.

/1 P.

A13 An welchem Wochentag wird „Heiligabend“ (24. Dezember) gefeiert, wenn der erste Adventssonntag auf den 01. Dezember fällt?

☐ Montag ☒ Dienstag ☐ Mittwoch ☐ Sonntag

/1 P.

A14 Busse der Linie A fahren alle 8 Minuten und Busse der Linie B fahren alle 12 Minuten vom Hauptbahnhof ab. Um 05:40 Uhr fahren sie gleichzeitig ab.

Gib an, zu welcher Uhrzeit sie das nächste Mal gleichzeitig abfahren.

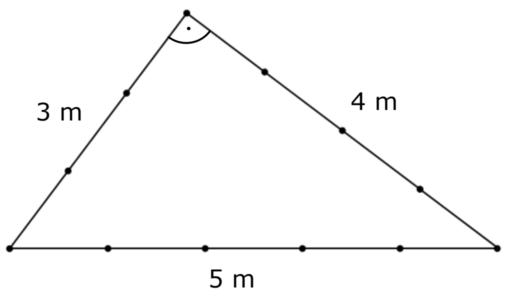
06:04 Uhr

/1 P.

A15 Wie ließe sich mit einem 12 Meter langen Seil bei der Gartenarbeit ein rechter Winkel für ein Blumenbeet abspannen?

Fertige eine Skizze mit Längenangaben der Seiten an.

z. B.



Das 12 m lange Seil ließe sich so im Garten hinlegen, dass es ein Dreieck mit den Seitenlängen **3 m**, **4 m** und **5 m** ergibt.

Anmerkung: Bei dem Tripel (3,4,5) handelt es sich um ein pythagoreisches Zahlentripel.

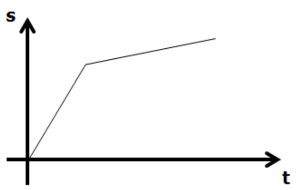
/1 P.

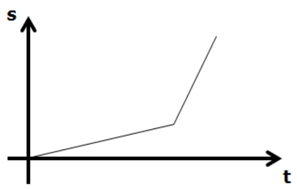
A16 Ordne jeder „Geschichte“ I, II und III einen passenden Graphen zu.

I „Ich ging morgens gleichmäßig und ohne Eile zur Schule.“

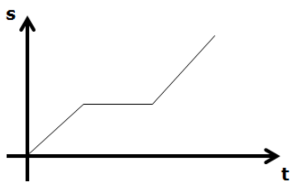
II „Auf meinem Weg zur Schule musste ich an einer Ampel warten.“

III „Auf meinem Weg zur Schule war ich zunächst am Bummeln. Unterwegs bemerkte ich bei einem Blick auf die Uhr, dass ich spät dran war und fing an, mich zu beeilen.“

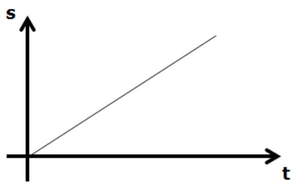




III



II



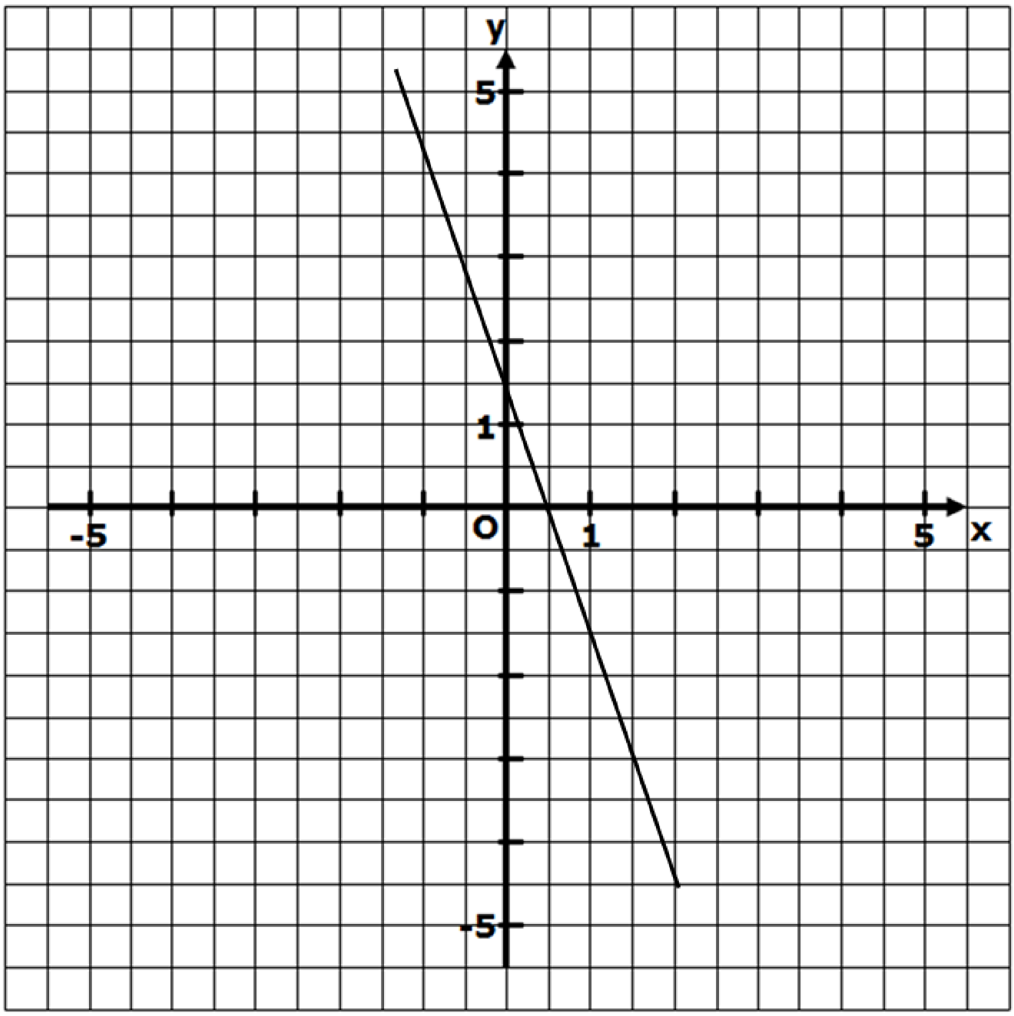
I

Für eine richtige Zuordnung ist ein Teilpunkt zu vergeben.

Für zwei richtige Zuordnungen sind zwei Teilpunkte zu vergeben.

/3 P.

A17 Zeichne den Graphen der Funktion $f(x) = -3x + \frac{3}{2}$:



Es gibt jeweils einen Punkt für den y-Achsenabschnitt und die Steigung.

/2 P.

A18 Nur eine der folgenden Aussagen ist falsch. Kreuze diese an.

In Parallelogrammen ...

☐ sind die gegenüberliegenden Seiten parallel zueinander.

☐ halbieren sich die Diagonalen gegenseitig.

☐ sind gegenüberliegende Winkel gleich groß.

☒ gibt es genau eine Symmetrieachse.

/1 P.

A19 Aus einem Draht von 50 cm Länge wird das Kantenmodell eines Würfels gefertigt. Es bleibt nach Fertigstellung ein Reststück von 2 cm übrig. Gib an, welche Kantenlänge ein solcher Würfel hat.

4 cm

/1 P.

A20 Das Produkt zweier natürlicher Zahlen beträgt 6. Die Summe der gleichen Zahlen beträgt 5.

Gib die beiden natürlichen Zahlen an.

2 und 3

/1 P.

A21 Stelle die folgende Formel nach der Körperhöhe *k* um.

Volumen Zylinder: $V = \pi \cdot r^2 \cdot k$

$$k = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$$

/1 P.

A22 Kreuze an, welchen Wert der folgende Term hat:

$$9 - 3 : \frac{1}{3} + 1$$

☒ 1 ☐ 4 ☐ 9 ☐ 19

/1 P.

A23 Bendix berichtet: „Heute habe ich beim Einkauf 60 € gespart. Das sind 20 % des ursprünglichen Preises."

Gib an, wie viel Bendix ursprünglich hätte bezahlen müssen.

300 €

/1 P.

A24 Johan möchte den Term $\frac{5}{10 \cdot 4}$ in seinen Taschenrechner eintippen.

Kreuze an, welcher „Eintipp-Plan" einen falschen Wert liefert.

☒ $5 : 10 \cdot 4$

☐ $5 : (10 \cdot 4)$

☐ $(5 : 10) : 4$

/1 P.

A25 Kreuze für folgende Aussagen an, ob sie wahr oder falsch sind.

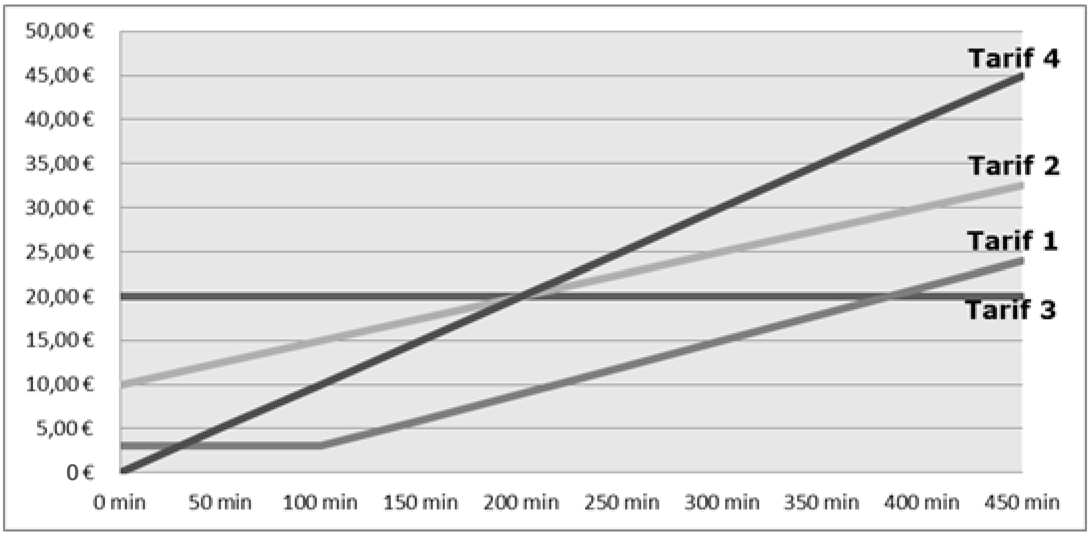
	wahr	**falsch**
2,30 h = 150 min	☐	☒
$2\frac{kg}{dm^3} = 2\frac{g}{cm^3}$	☒	☐

	wahr	**falsch**
2000 mm = 2 m	☒	☐
300 cm³ = 3 m³	☐	☒

Für jeweils eine richtig gekreuzte Tabelle gibt es einen Punkt.

/2 P.

A26 Aus dem folgenden Diagramm kann man ablesen, welche unterschiedlichen Tarife der Mobilfunkanbieter „Ruf an!“ anbietet. Ordne den Graphen die aufgeführten Tarife 1 bis 4 zu.



$\boxed{1}$ 100 Freiminuten für 3 € monatlich; anschließend 6 ct/Minute

$\boxed{3}$ Flatrate für 20 € monatlich

$\boxed{4}$ keine Grundgebühr; Gespräche für 10 ct/Minute

$\boxed{2}$ Grundgebühr von 10 € monatlich; zuzüglich 5 ct/Minute

Für eine richtige Zuordnung ist ein Teilpunkt zu vergeben.
Für zwei richtige Zuordnungen sind zwei Teilpunkte zu vergeben.
Sind alle Graphen korrekt zugeordnet, ist die Aufgabe voll zu bepunkten.

/3 P.

A27 In einer Lostrommel liegen 10 Kugeln mit den Zahlen 1 bis 10. Greta zieht eine Kugel.

a) Gib die Wahrscheinlichkeit an, eine Kugel mit einer Zahl kleiner als 4 zu ziehen. $\frac{3}{10}$

b) Gib die Wahrscheinlichkeit an, eine Kugel mit einer Primzahl zu ziehen. $\frac{4}{10}$

Für jeweils eine richtige Antwort gibt es einen Punkt

/2 P.

A28 Bei einer Umfrage unter den 495 Schülern der Astrid-Lindgren-Schule in Vimmerby gaben etwa 25 % an, schon einmal bei einer Arbeit geschummelt zu haben. Kreuze an, wie viele das waren.

☐ 100 ☐ 110 ☒ 124 ☐ 150

/1 P.

A29 Kreuze an, welche Zahl in der Mitte zwischen (−5) und (+6) liegt.

☐ −5,5 ☐ −0,5 ☒ 0,5 ☐ 5,5

/1 P.

A30 Gib die erste Nachkommastelle von $\sqrt{3}$ an.

$\sqrt{3} \approx$ 1,7

/1 P.

A31 Kreuze an, welcher Wert für x die Gleichung $x^2 = -100$ löst.

☐ -50 ☐ -10 ☐ 10 ☒ keine Lösung

/1 P.

B1: Trigonometrie — Turm - Lösungen

a) Für weitere Betrachtungen soll eine maßstabsgetreue Zeichnung angefertigt werden, in der der Turm sowie die Position des Technikers (ausgehend von dessen Augenhöhe) dargestellt sind.

➢ Bestimme die Innenwinkel dieses Dreiecks ACD.

$\sphericalangle CAD = \sphericalangle BAD - \sphericalangle BAC = 19° - 14° = 5°$ (1)

$\sphericalangle ACB = 180° - 90° - \sphericalangle BAC = 180° - 90° - 14° = 76°$

$\sphericalangle DCA = 180° - \sphericalangle ACB = 180° - 76° = 104°$ (1)

$\sphericalangle ADC = 180° - \sphericalangle CAD - \sphericalangle DCA = 180° - 5° - 104° = 71°$ (1)

/3 P.

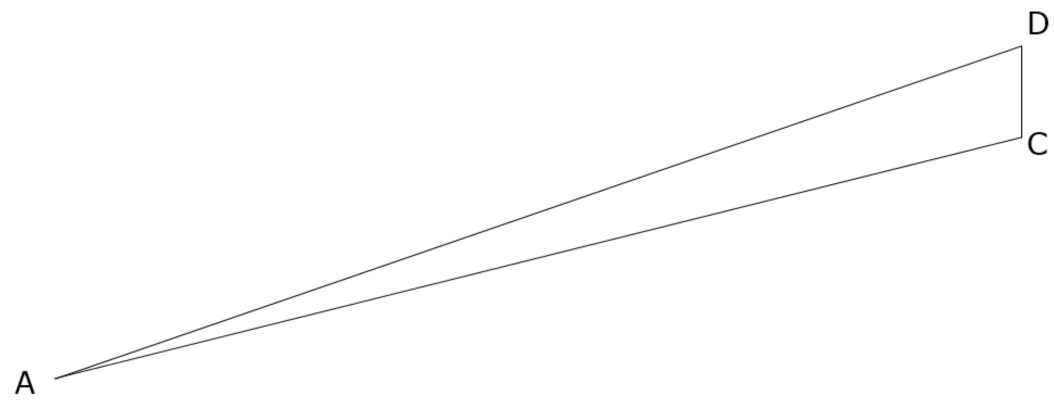
➢ Bestimme die Höhe, die der Turm im Maßstab 1:1000 in der Zeichnung haben muss.

$1 : 1000 \rightarrow 1{,}2\,\text{cm} \mathrel{\hat{=}} 1200\,\text{cm} = 12\,\text{m}$

Der Turm muss für die Zeichnung eine Höhe von 1,2 cm haben.

/1 P.

➢ Zeichne das Dreieck ACD mit Hilfe der zuvor ermittelten Turmhöhe.



Ein Punkt soll gegeben werden, wenn mit Abweichungen zu erkennen ist, dass richtig konstruiert wurde.

Beide Punkte sollen gegeben werden, wenn minimale Abweichungen vorliegen (+/- 1 mm und +/- 1 °).

/2 P.

---

b) Die vorherige Abbildung zeigt, wie der Bau des Tunnels und des Schachts für den Fahrstuhl geplant sind. Für die weiteren Berechnungen soll hier angenommen werden, dass der Tunnel keine Höhe und der Fahrstuhl keine Breite hat.

➢ Berechne, wie tief der Schacht für den Fahrstuhl gebohrt werden muss.

$$\frac{AC}{\sin(71°)} = \frac{CD}{\sin(5°)}$$ (1)

$$AC = \frac{CD \cdot \sin(71°)}{\sin(5°)}$$

$$AC = \frac{12\text{ m} \cdot \sin(71°)}{\sin(5°)}$$

$$AC \approx 130{,}18\text{ m}$$ (1)

$$\sin(14°) = \frac{BC}{AC}$$

$$BC = AC \cdot \sin(14°)$$

$$BC \approx 130{,}18\text{ m} \cdot \sin(14°)$$

$$BC \approx 31{,}49\text{ m}$$ (1)

$$\text{Tiefe des Schachts} = BC + 1{,}70\text{ m}$$

$$\text{Tiefe des Schachts} \approx 31{,}49\text{ m} + 1{,}70\text{ m}$$

$$\text{Tiefe des Schachts} = 33{,}19\text{ m}$$ (1)

/4 P.

➢ Bestimme, wie lang die Bohrung für den Tunnel sein muss.

(Wenn du BC nicht bestimmen konntest, rechne mit $BC = 31\text{ m}$ *weiter.)*

$$\tan(14°) = \frac{BC}{AB}$$

$$AB = \frac{BC}{\tan(14°)}$$

$AB \approx \dfrac{31{,}49\text{ m}}{\tan(14^\circ)}$ (1)

$AB \approx 126{,}32\text{ m}$

$\text{Tunnellänge} = AB - 95\text{ m}$

$\text{Tunnellänge} \approx 126{,}32\text{ m} - 95\text{ m}$

$\text{Tunnellänge} \approx 31{,}32\text{ m}$ (1)

/2 P.

Wahlteil zu B1

Bitte ankreuzen!
Der folgende Wahlteil soll gewertet werden
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

☐ ja ☐ nein

c) Nimm an, dass am oberen Rand des Turmes ein Lautsprecher montiert ist, der für Durchsagen genutzt wird.

- Bestimme, mit welcher zeitlichen Verzögerung der Techniker eine Durchsage hört, wenn die Schallgeschwindigkeit $340\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ beträgt.

(Wenn du AB nicht bestimmen konntest, rechne mit $AB = 125\text{ m}$ *weiter.)*

$\cos(19^\circ) = \dfrac{AB}{AD}$ (1)

$AD = \dfrac{AB}{\cos(19^\circ)}$

$AD \approx \dfrac{126{,}32\text{ m}}{\cos(19^\circ)}$

$AD \approx 133{,}59\text{ m}$ (1)

$\text{Geschwindigkeit} = \dfrac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$

$\text{Zeit} = \dfrac{\text{Weg}}{\text{Geschwindigkeit}}$

$\text{Zeit} = \dfrac{AD}{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}$ (1)

$\text{Zeit} \approx \dfrac{133{,}59\text{ m}}{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}$

$\text{Zeit} \approx 0{,}39\text{ s}$ (1)

Der Techniker hört die Durchsage mit einer zeitlichen Verzögerung von ungefähr 0,39 Sekunden

/4 P.

---

d) „Eine Halbierung der Länge AB führt zu einer Verdopplung des Höhenwinkels, unter dem der Techniker den Punkt D anpeilt."

➢ Überprüfe die hier getroffene Aussage.

Die Vermutung ist nicht richtig. (1)

Eine einfache Möglichkeit, die Vermutung zu widerlegen, wäre es, sich klar zu machen, dass bei mehrfacher Halbierung des Abstandes die Werte der Höhenwinkel schnell über 90° anwachsen würden, was selbstverständlich in diesem Kontext falsch wäre. Alternative Begründungen, auch rechnerische, wären denkbar. (1)

/2 P.

B2: Stereometrie Verpackungen-Lösungen

Eine Firma stellt pro Jahr 12 Millionen Verpackungen her, in die Schoko-Drinks abgefüllt werden. In Zukunft soll die Menge an Verpackungsmüll reduziert werden. Dabei muss das Volumen der neuen Verpackungsform aber gleich groß bleiben.

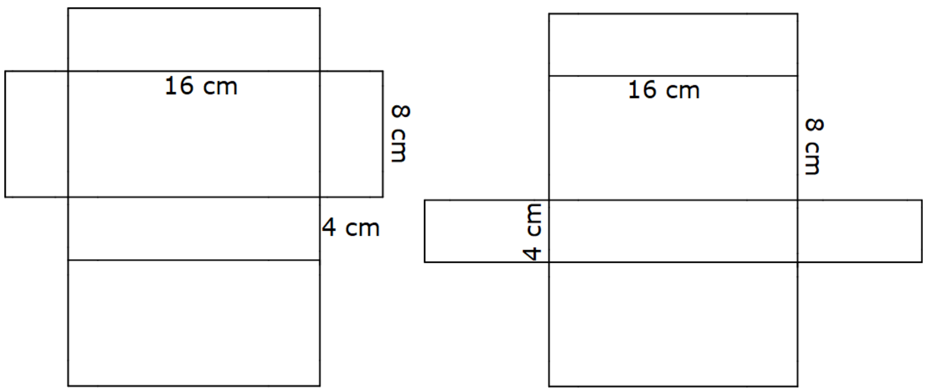
a) Bisher wird als Verpackungsform ein Quader genutzt.

- Skizziere das dazugehörige Quadernetz

Für die volle Punktzahl muss ein korrektes Quadernetz skizziert (1)
und mit den Kantenlängen des Quaders beschriftet sein. (1)

Die Skizze muss ausdrücklich nicht maßstabsgetreu sein.

Beispiele möglicher Lösungen



/2 P.

- Berechne, wie viel Verpackungsmaterial für einen solchen Quader benötigt wird.

Die Verpackung entspricht der Oberfläche eines Quaders.

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$$

$$O = 2 \cdot (16 \cdot 4 + 8 \cdot 4 + 16 \cdot 8)$$ (1)

$$O = 448 \text{ cm}^2$$ (1)

Es werden 448 cm^2 Verpackungsmaterial benötigt.

Ein Weg über die Summe der einzelnen Flächen ohne die Anwendung der Oberflächenformel ist ebenfalls voll zu bepunkten.

/2 P.

b) Ein Auszubildender behauptet, dass es eine ganz einfache Lösung für das Verpackungsproblem gibt. Die Firma soll bei gleichem Volumen einen Würfel statt eines Quaders herstellen. So wird auf jeden Fall Verpackungsmaterial gespart.

- Ermittle die Kantenlänge des Würfels, der das gleiche Volumen wie die quaderförmige Verpackung hat.

$V_{Quader} = a \cdot b \cdot c$

$V_{Quader} = 16 \cdot 8 \cdot 4 = 512\ cm^3$ (1)

$V_{Würfel} = a^3$

$a^3 = 512$ (1)

$a = \sqrt[3]{512} = 8$ (1)

$a = 8$ cm

Die Kantenlänge beträgt 8 cm.

/3 P.

- Entscheide, ob der Auszubildende mit seiner Behauptung recht hat und begründe deine Entscheidung.

  (*Wenn du die Oberfläche des Quaders in A nicht berechnen konntest, rechne hier mit* $O_{Quader} = 450\ cm^2$ *weiter.)*

Ja, der Auszubildende hat recht. (1)

$O_{Quader} = 448\,\text{cm}^2$

$O_{Würfel} = 6 \cdot a^2$

$O_{Würfel} = 6 \cdot 64 = 384\ cm^2$ (1)

Die Oberfläche des Würfels ist mit 384 cm^2 kleiner als die des Quaders. Für die würfelförmige Verpackung wird also weniger Material benötigt.

/2 P.

c) Der Chef der Verpackungsfirma ist überrascht von dem einfachen Vorschlag des Auszubildenden. Deshalb möchte er den Unterschied beim Verpackungsmaterial für die gesamte Jahresproduktion wissen.

- Berechne, wie viel Verpackungsmaterial bei der gesamten Produktion eines Jahres gespart oder mehr gebraucht würde, falls die Verpackungsform tatsächlich ein Würfel statt eines Quaders wäre.

Die Ersparnis für eine Verpackung entspricht der Differenz der benötigten Verpackungsmaterialien.

$O_{Quader} - O_{Würfel} = 448 - 384 = 64\ cm^2$ (1)

Die Ersparnis beträgt 64 cm^2 pro Verpackung.

Für die gesamte Jahresproduktion werden alle 12 Mio. Verpackungen betrachtet. (1)

$64 \cdot 12000000 = 768000000\ cm^2$

Jedes Jahr lassen sich 768 Mio. cm^2 (76800 m^2) Verpackungsmaterialien sparen. (1)

/3 P.

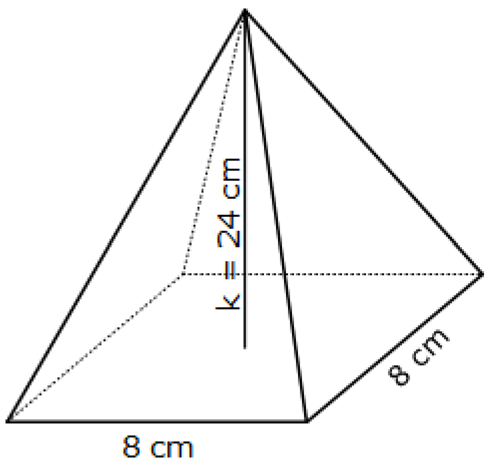
Wahlteil zu B2

Bitte ankreuzen!
Der folgende Wahlteil soll gewertet werden:

☐ ja ☐ nein

d) Der Chefdesigner der Firma regt an, eine Verpackung zu wählen, die weniger Flächen hat, aber dennoch das gleiche Volumen bietet. Daher schlägt er eine Pyramide als Verpackungsform vor.

- Finde eine Pyramide, die diese Vorgabe erfüllt und trage die entsprechenden Maße in die Skizze ein.
- Begründe deine gewählten Maße.



Ein Beispiel eingetragener Werte (1)

Der Weg über das systematische Probieren mit Hilfe des Taschenrechners ist hier ebenso zulässig wie der Weg über die schriftliche Argumentation zu einer passenden Pyramide.
Der Weg des systematischen Probierens benötigt dann aber eine gesonderte Begründung für die Auswahl der Maße in Form eines Antwortsatzes, z.B. über die Volumenformel. Ohne Begründung gibt es nur 1 Punkt für die Rechnung.
Die Argumentation beinhaltet diese bereits.

Beispiel Probieren: $\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 12 \cdot 64 = 512 \text{ cm}^3$*, anschließende Begründung über die Volumenformel.*

Beispiel Argumentation: Das Volumen der Pyramide wird mit der Volumenformel $V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot k$ berechnet. Die Grundfläche ist die gleiche wie beim Würfel.

Somit muss die Körperhöhe dreimal so groß wie beim Würfel sein. Also hat die Pyramide die Maße:

$k = 24$ cm

$G = 8 \cdot 8 = 64$ cm^2 (3)

/4 P.

---

e) Der Chefdesigner ist davon überzeugt, dass eine Dreieckspyramide die wenigsten einzelnen Flächen aller möglichen Verpackungsformen hat.

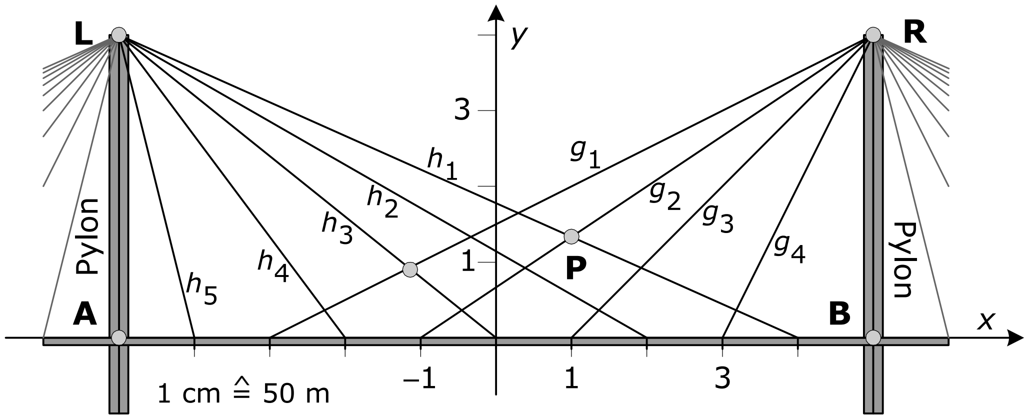
➢ Gib mindestens zwei mögliche Verpackungsformen an, die aus weniger einzelnen Flächen besteht als die Dreieckspyramide.

Mögliche Lösungen: Die Kugel, der Zylinder, der Kegel, die Halbkugel.

/2 P.

B3: Funktionen Brückenmodelle – Lösungen

Die Zeichnung stellt den ersten Entwurf einer Schrägseilbrücke dar.
Ein Zentimeter in der Zeichnung entspricht 50 m in der Wirklichkeit.



a) ➢ Bestimme die Spannweite der Brücke (von A nach B) und die Höhe der beiden gleich hohen Pylonen über der Fahrbahn (von A nach L oder von B nach R) in der Wirklichkeit.

Spannweite: $|AB| = 10\text{ cm} \mathrel{\hat{=}} 500\text{ m}$ (1)

Höhe über der Fahrbahn: $|AL| = 4\text{ cm} \mathrel{\hat{=}} 200\text{ m}$ (1)

/2 P.

---

b) Der Verlauf der Tragseile wird durch die linearen Funktionen g_1 bis g_4 sowie h_1 bis h_5 beschrieben. Das Koordinatensystem hat seinen Ursprung in der Mitte der Brücke auf Höhe der Fahrbahn.

Zwei der Funktionsterme werden gleichgesetzt:

$$-\frac{4}{9}x + \frac{16}{9} = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}.$$

➢ Löse diese Gleichung.

$-\frac{4}{9}x + \frac{16}{9} = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow \quad -\frac{10}{9}x = -\frac{10}{9}$ (1)

$\Leftrightarrow \quad x = 1$ (1)

/2 P.

Durch die Lösung der Gleichung und die Probe werden die Koordinaten eines Punktes P bestimmt.

➢ Bestimme diese Koordinaten rechnerisch und markiere den Punkt P in der obigen Abbildung.

Term links: $-\frac{4}{9}\cdot 1+\frac{16}{9}=\frac{12}{9}=1,\overline{3}$,

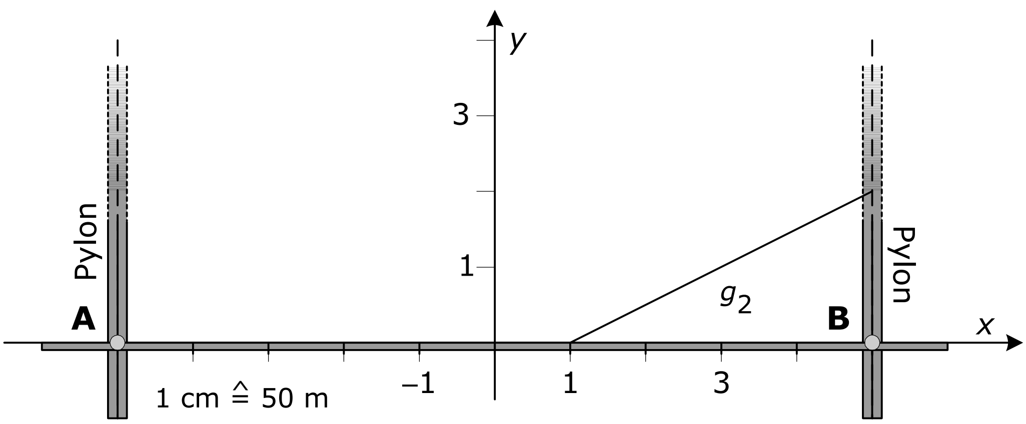
oder Term rechts: $\frac{2}{3}\cdot 1+\frac{2}{3}=\frac{4}{3}=1,\overline{3}$ (1)

Markieren von P $(1\,|\,1,\overline{3})$, *siehe Abbildung* (1)

/2 P.

c) An dem ersten Entwurf wird kritisiert, dass die Pylonen viel zu hoch seien. Deshalb wird ein zweiter Entwurf durchgerechnet, in dem die folgenden Gleichungen den Verlauf der Tragseile beschreiben:

$g_1(x)=0{,}5x+0$, $g_2(x)=0{,}5x-0{,}5$, $g_3(x)=0{,}5x-1$,
$g_4(x)=0{,}5x-1{,}5$, $g_5(x)=0{,}5x-2$
sowie
$h_1(x)=-0{,}5x+0$, $h_2(x)=-0{,}5x-0{,}5$, $h_3(x)=-0{,}5x-1$,
$h_4(x)=-0{,}5x-1{,}5$, $h_5(x)=-0{,}5x-2$.



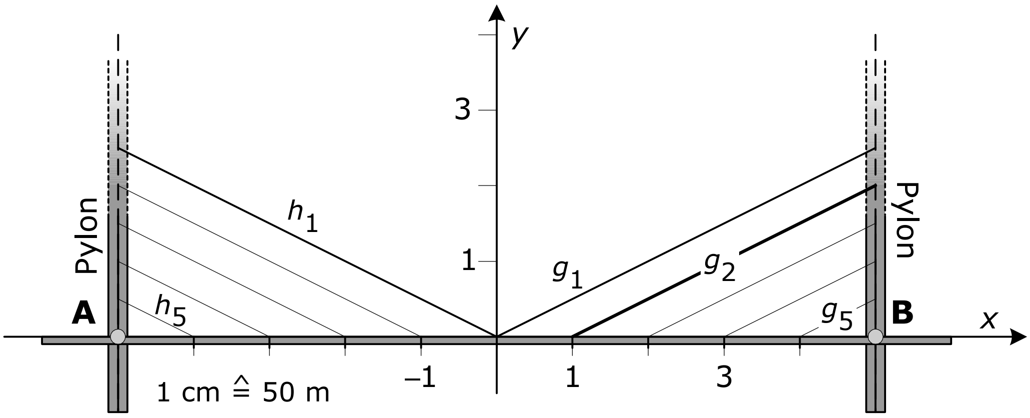
In der Abbildung ist bereits ein Tragseil eingezeichnet.

➢ Entscheide, durch welche der oben genannten linearen Funktionen dieses Seil beschrieben wird und beschrifte es mit der zugehörigen Bezeichnung.

Eintragen der Beschriftung g_2 oder *0,5x - 0,5*, *siehe Abbildung* (1).

/1 P.

➢ Wähle eine weitere der oben genannten Funktionen aus und zeichne den Verlauf des zugehörigen Tragseils ein.



je nach Wahl von g_1 oder g_3 bis g_5 oder h_1 bis h_5 Einzeichnen eines Teilstücks der entsprechenden Geraden (1)

/1 P.

➢ Bestimme, welche Höhe für die Pylonen im zweiten Entwurf erforderlich ist. Nutze dazu die Funktionsgleichungen.

Der Verlauf der Geraden g_1 und h_1 bestimmt die Höhe der Pylonen.

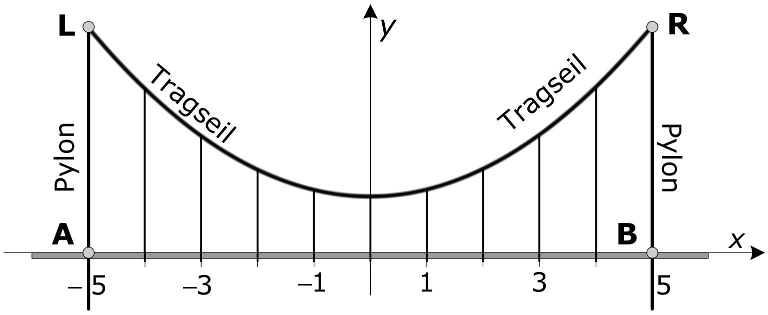
$g_1(5) = 0{,}5 \cdot 5 + 0 = 2{,}5 \quad \hat{=} 125\,\text{m}$

Es müssen 125 m hohe Pylonen gebaut werden. (1)

/1 P.

d) Ein dritter Entwurf sieht eine Hängebrücke mit einem Tragseil vor, das parabelförmig durchhängt. Der Verlauf eines Tragseils wird durch die Funktion $p(x) = \frac{3}{25}x^2 + \frac{1}{2}$ beschrieben. Eine Längeneinheit auf den Koordinatenachsen entspricht 50 m in der Wirklichkeit.

Hinweis: Die Skizze ist <u>nicht maßstäblich</u>.



➢ Bestimme die Höhe des Tragseils über der Fahrbahn in der Mitte der Brücke.

$x = 0$ einsetzen: $p(0) = \frac{3}{25} \cdot 0^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Das Tragseil verläuft in der Mitte der Brücke 25 m über der Fahrbahn. (1)

Eine Lösung mit Hilfe des y-Achsenabschnittes ist ebenfalls zulässig.

/1 P.

➢ Berechne, welche Höhe für die Pylonen im dritten Entwurf erforderlich ist.

$x = 5$ oder $x = -5$ einsetzen: $p(5) = \frac{3}{25} \cdot 5^2 + \frac{1}{2} = 3{,}5$ (1)

Es müssen 175 m hohe Pylonen gebaut werden. (1)

/2 P.

Wahlteil zu B3

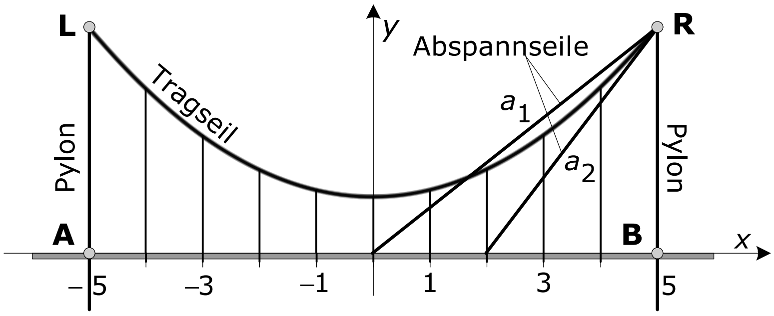
Bitte ankreuzen!
Der folgende Wahlteil soll gewertet werden
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

☐ ja ☐ nein

e) Die Brücke wird so gebaut wie im dritten Entwurf geplant.
Der Verlauf eines parabelförmig durchhängenden Tragseils wird durch die Funktion $p(x) = \frac{3}{25}x^2 + \frac{1}{2}$ beschrieben.

Eine Längeneinheit auf den Koordinatenachsen entspricht 50 m in der Wirklichkeit.
Für Bauarbeiten werden zwei Abspannseile montiert. Ihr Verlauf wird durch die linearen Funktionen $a_1(x) = 0{,}72x - 0{,}1$ und $a_2(x) = 1{,}2x - 2{,}5$ beschrieben.

Hinweis: Die Skizze ist <u>nicht maßstäblich</u>.



➢ Berechne die Koordinaten der Punkte, an denen das Abspannseil a_1 in genau der gleichen Höhe über der Fahrbahn verläuft wie das Tragseil.

$$p(x) = a_1(x)$$

$$\frac{3}{25}x^2 + \frac{1}{2} = \frac{18}{25}x - 0{,}1 \qquad (1)$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{3}{25}x^2 - \frac{18}{25}x + 0{,}6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 6x + 5 = 0 \qquad (1)$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 1 \text{ oder } x = 5 \qquad (1)$$

$$p(5) = \frac{3}{25} \cdot 5^2 + \frac{1}{2} = 3{,}5 \text{ (siehe Teilaufgabe } \mathbf{d)}\text{)}$$

$$p(1) = \frac{3}{25} \cdot 1^2 + \frac{1}{2} = 0{,}62 \qquad (1)$$

Ein Kreuzungspunkt ist der Aufhängepunkt R (5 | 3,5) , der zweite Kreuzungspunkt hat die Koordinaten (1 | 0,62).
Eine maßstäbliche Umrechnung in Meter wird nicht erwartet.

/4 P.

Durch Ablesen würde man in der obigen Skizze ermitteln, dass das Abspannseil a_2 im Punkt $(2\,|\,0)$ auf Höhe der Fahrbahn befestigt ist, also 100 m von der Brückenmitte entfernt. Durch eine Rechnung kann man zeigen, dass dieser Wert nicht exakt ist.

- Berechne, wie viele Meter von der Brückenmitte entfernt das Abspannseil a_2 auf Höhe der Fahrbahn befestigt ist.

$a_2(x) = 0$

$1{,}2x - 2{,}5 = 0$ (1)

$\Leftrightarrow \quad 1{,}2x = 2{,}5$

$\Leftrightarrow \quad x = \frac{25}{12} = 2{,}08\overline{3}$

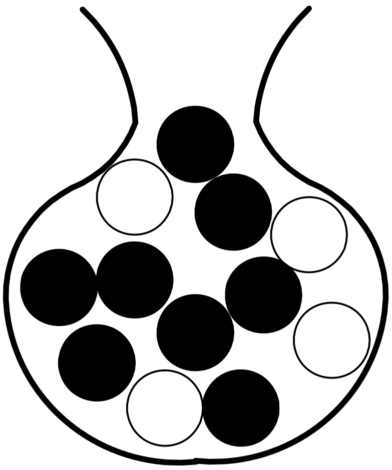
Das Abspannseil a_2 ist ca. 104 m von der Brückenmitte entfernt auf Höhe der Fahrbahn befestigt. (1)

/2 P.

B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit — Lösung Urnen

Die Klasse 10b führt verschiedene Urnenexperimente durch. Urnen sind undurchsichtige Behälter, in denen gleichartige Kugeln unterschiedlicher Farben liegen.

a) In einer Urne befinden sich 4 weiße und 8 schwarze Kugeln.



- Gib die Wahrscheinlichkeit an, beim ersten Ziehen eine schwarze Kugel zu ziehen.

P(eine schwarze Kugel) = $\frac{8}{12}$

/1 P.

Veränderung: Vor dem ersten Zug werden 2 weitere weiße Kugeln in die Urne gelegt.

- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dann eine weiße Kugel zu ziehen.

P(eine weiße Kugel) = $\frac{6}{14}$

/1 P.

Es befinden sich (vgl. Abbildung) wieder 4 weiße und 8 schwarze Kugeln in der Urne. Sara kann eine Wette gewinnen, wenn sie eine weiße Kugel zieht. Vorher muss sie den Inhalt der Urne verändern: **Entweder** legt sie eine weiße Kugel zusätzlich in die Urne **oder** nimmt eine schwarze Kugel aus der Urne, um ihre Gewinnwahrscheinlichkeit zu erhöhen.

- Entscheide und begründe, was Sara tun soll, um ihre Wette möglichst zu gewinnen.

Situation1: 1 weiße Kugel zusätzlich

P(eine weiße Kugel) = $\frac{5}{13}$ (1)

Situation2: 1 schwarze Kugel entnehmen

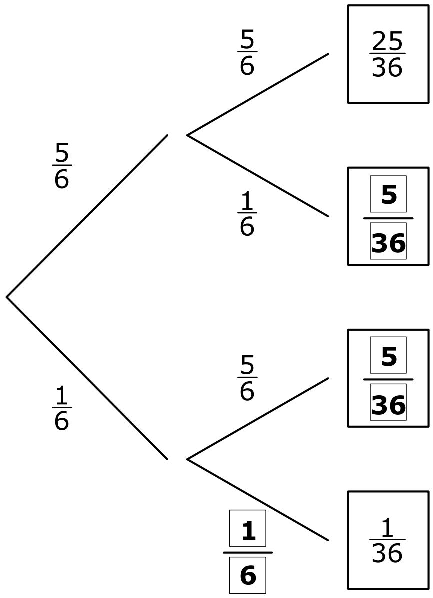
P(eine weiße Kugel) = $\frac{4}{11}$ (1)

Sara sollte 1 weiße Kugel zusätzlich in die Urne legen, da

$\frac{5}{13} > \frac{4}{11}$ bzw. 0,38 > 0,36 (1)

/3 P.

b) Hier siehst du die Abbildung eines Baumdiagramms.



➢ Ergänze die drei fehlenden Wahrscheinlichkeiten.

Ergänzen der beiden identischen Wahrscheinlichkeiten (1)

Ergänzen der dritten Wahrscheinlichkeit (1)

/2 P.

Das Baumdiagramm passt zu einer der drei Situationen A, B oder C.

A: Aus einer Urne mit 5 blauen Kugeln und 1 roten Kugel wird zweimal hintereinander ohne Zurücklegen gezogen.

B: Aus einer Urne mit 5 blauen Kugeln und 1 roten Kugel wird eine Kugel gezogen.

C: Aus einer Urne mit 5 blauen Kugeln und 1 roten Kugel wird zweimal hintereinander mit Zurücklegen gezogen.

➢ Entscheide, welche der drei Situationen passt.

Es passt die Situation C. (1)

/1 P.

➢ Begründe, warum die anderen Situationen nicht infrage kommen.

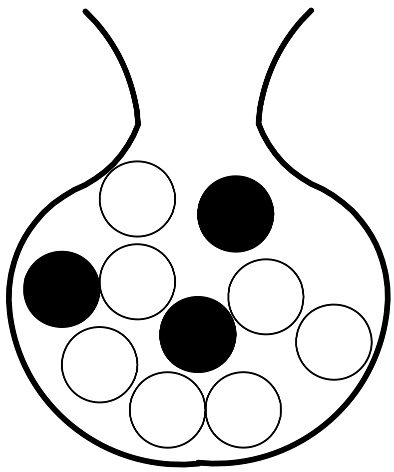
Die Situation A passt nicht, da es ein Ziehen **ohne** Zurücklegen ist. (1)

Die Situation B passt nicht, da es sich um ein einstufiges Zufallsexperiment handelt. (1)

/2 P.

---

c) Aus einer Urne mit 7 weißen und 3 schwarzen Kugeln werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.



➢ Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zwei schwarze Kugeln ziehen“.

P(2 schwarze Kugeln ziehen) = $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$ (1)

1. Ziehen: $\frac{3}{10}$

2. Ziehen: $\frac{2}{9}$ (1)

Den zweiten Punkt gibt es, wenn $\frac{3}{10}$ oder $\frac{2}{9}$ richtig sind.

Das Kürzen des Ergebnisses ist nicht unbedingt erforderlich.

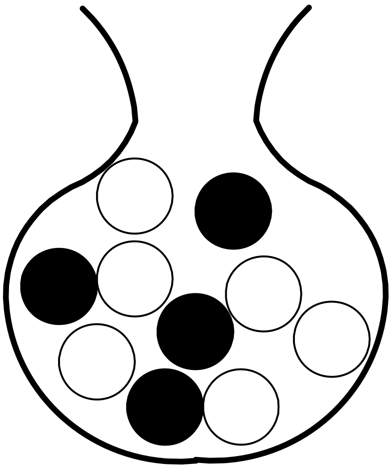
/2 P.

Wahlteil zu B4

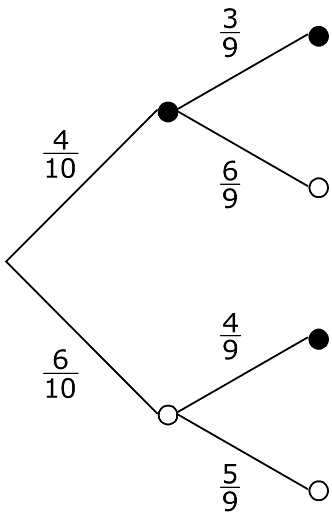
Bitte ankreuzen!
Der folgende Wahlteil soll gewertet werden
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

☐ ja ☐ nein

d) In einer Urne befinden sich 4 schwarze und 6 weiße Kugeln. Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.



➢ Erstelle zu dieser Situation ein Baumdiagramm und beschrifte es.



Struktur des Baumdiagramms	(1)
Beschriftung für das erste Ziehen	(1)
Beschriftung für das zweite Ziehen nach einer schwarzen Kugel	(1)
Beschriftung für das zweite Ziehen nach einer weißen Kugel	(1)

/4 P.

- Ermittle die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „2 verschiedenfarbige Kugeln ziehen".

P(2 verschiedenfarbige Kugeln ziehen) = $\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$

Anwendung des Additionssatzes (1)

Ermittlung des Ergebnisses (1)

Das Kürzen des Ergebnisses ist nicht unbedingt erforderlich.

/2 P.

Bewertungsschlüssel MSA

Punkte	Prozente	Mittlerer Schulabschluss (Note)
90 - 100	≥90	1
75 - 89	≥75	2
60 - 74	≥60	3
45 - 59	≥45	4
22 - 44	≥22	5
21 - 0	<22	6