

Zentrale Abschlussarbeit 2017

# Mathematik

**Korrekturanweisung**

Mittlerer Schulabschluss

**Herausgeber**

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein  
Jensendamm 5, 24103 Kiel

**Aufgabenentwicklung**

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein  
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein  
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

**Umsetzung und Begleitung**

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein  
zab1@bildungsdienste.landsh.de

**Anmerkung:** Aus urheberrechtlichen Gründen wurden vier Aufgaben aus dem Heft 1 für die Veröffentlichung entfernt.

## A Kurzformaufgaben

## Lösung

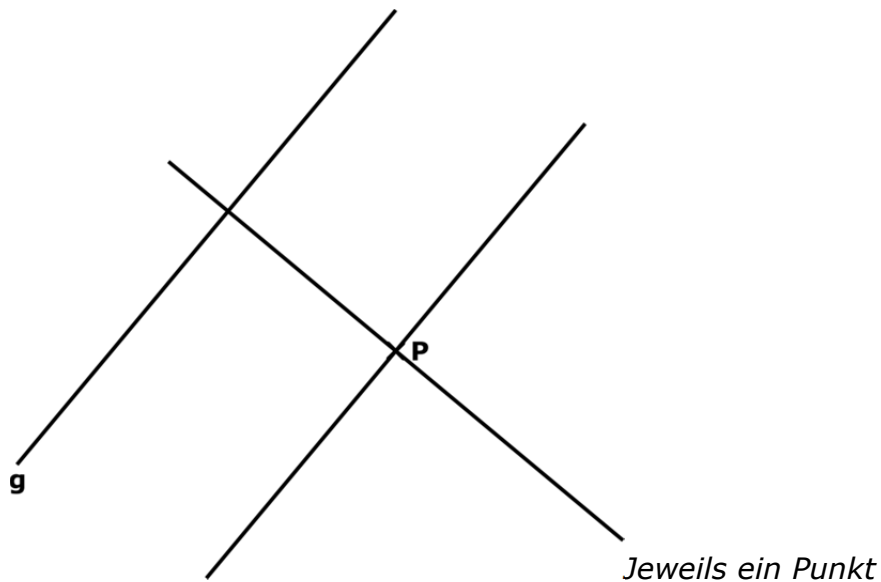
**A1** Ein Fernsehturm ist 200 m hoch. Auf einem Foto erscheint er nur 4 cm hoch.

Gib den Verkleinerungsfaktor an.

Der Verkleinerungsfaktor beträgt **5000**.

----- /1 P.

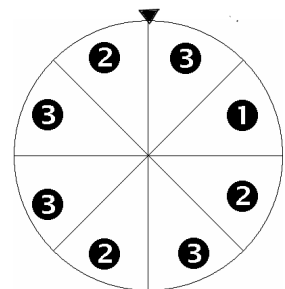
**A2** Zeichne die Senkrechte zur Geraden  $g$  durch den Punkt  $P$  und zeichne eine Parallele zur Geraden  $g$  durch  $P$ .



----- /2 P.

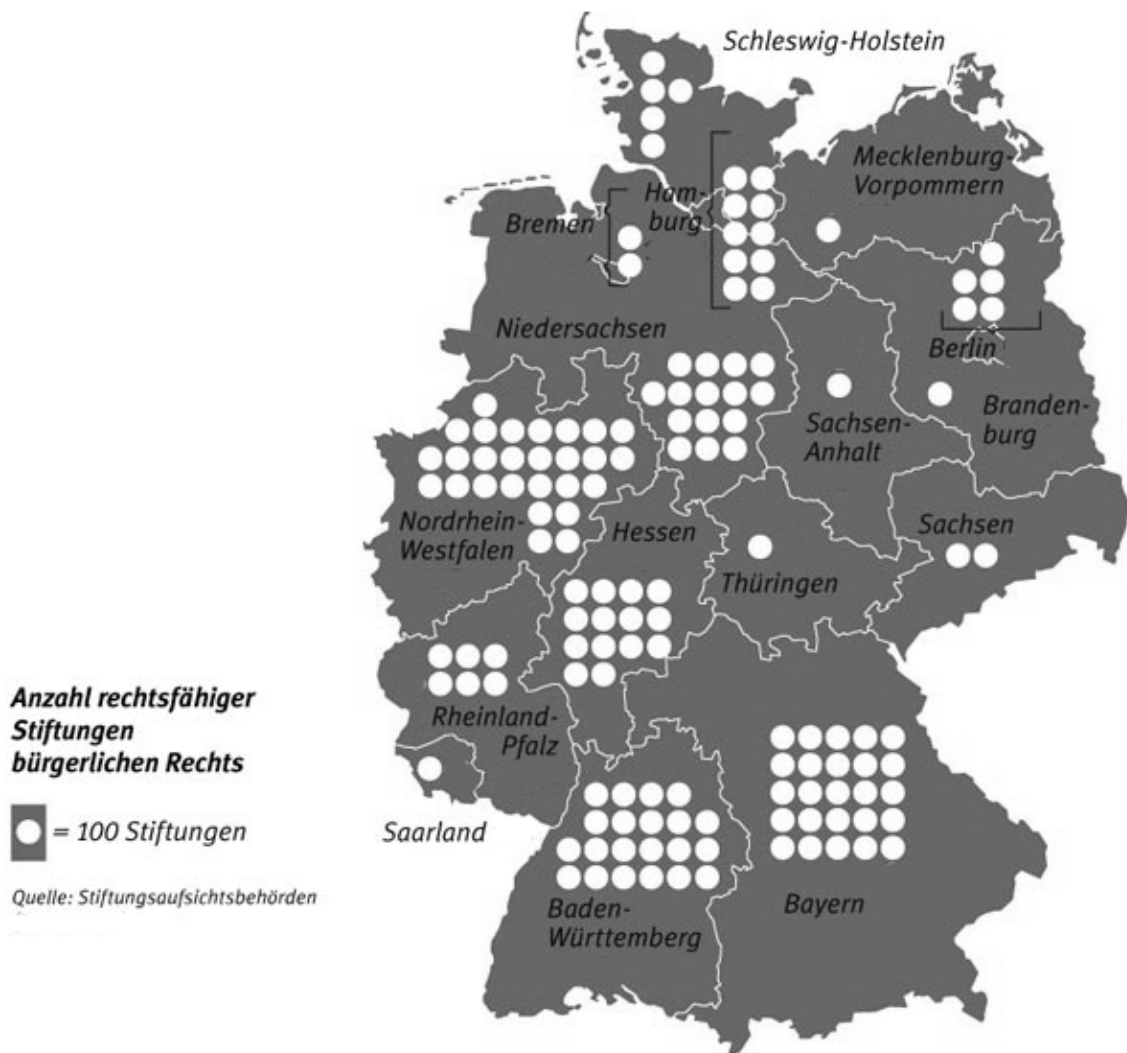
**A3** Gib die Zahl mit der kleinsten Gewinnchance an.

**1**



----- /1 P.

**A4** Lies die Antworten aus der Karte ab.



Das Bundesland mit der größten Anzahl an Stiftungen:	Nordrhein-Westfalen
Gib ein Bundesland an, das etwa doppelt so viele Stiftungen wie Berlin hat.	Hamburg
Warum lässt sich nicht eindeutig sagen, welches Land die kleinste Anzahl an Stiftungen hat?	Thüringen, Sachsen-Anhalt, Mecklenburg-Vorpommern, Brandenburg und das Saarland haben jeweils 100 Stiftungen.

*Jeweils ein Punkt*

..... /3 P.

**A5** Gib jeweils den gefärbten Teil als Bruch an.



$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$



$$\frac{5}{7}$$

-----  
/2 P.

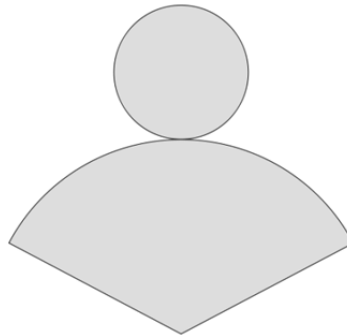
**A6** Bulldoggen-Ameisen sind 25 mm lang.

Gib an, wie viele Ameisen sich aneinanderreihen müssten, damit sie eine Schlange von 10 m bilden.

Es sind **400** Ameisen.

-----  
/1 P.

**A7** Skizziere das Netz eines Kegels.



-----  
/1 P.

**A8** Kreuze die wahren Aussagen an:

Ein Auto wiegt ca. 1 Tonne.

Ein Auto wiegt ca. 1000 kg.

Durchschnittlich wiegt ein Mensch 250 kg.

Eine Ameise wiegt 700 g.

-----  
/2 P.

**A9** Thomas würfelt zweimal nacheinander mit einem normalen Spielwürfel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beide Male keine Sechs zu würfeln?

Die Wahrscheinlichkeit beträgt  $\frac{25}{36}$ .

/1 P.

**A10** Kreuze die wahren Aussagen an:

$3 \cdot 10 \text{ mm} = 3 \text{ cm}$

$2,3 \text{ t} = 2300 \text{ kg}$

$550 \text{ mm} = 5,5 \text{ cm}$

$1,5 \text{ h} = 150 \text{ min}$

/2 P.

**A11** Kreuze die richtigen Antworten an.  $\frac{7}{20} =$

$\frac{14}{40}$	<b>X</b>
35 %	<b>X</b>
7,2	
0,7	

/2 P.

**A12** Gib die Lösung an.

$5,2 \text{ Std.} = \mathbf{5 \text{ Std. } 12 \text{ Min.}}$

/1 P.

- A13** Christian hat versucht, drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen zu finden, deren Summe 81 ist. Er hat folgende Gleichung aufgeschrieben:

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 81.$$

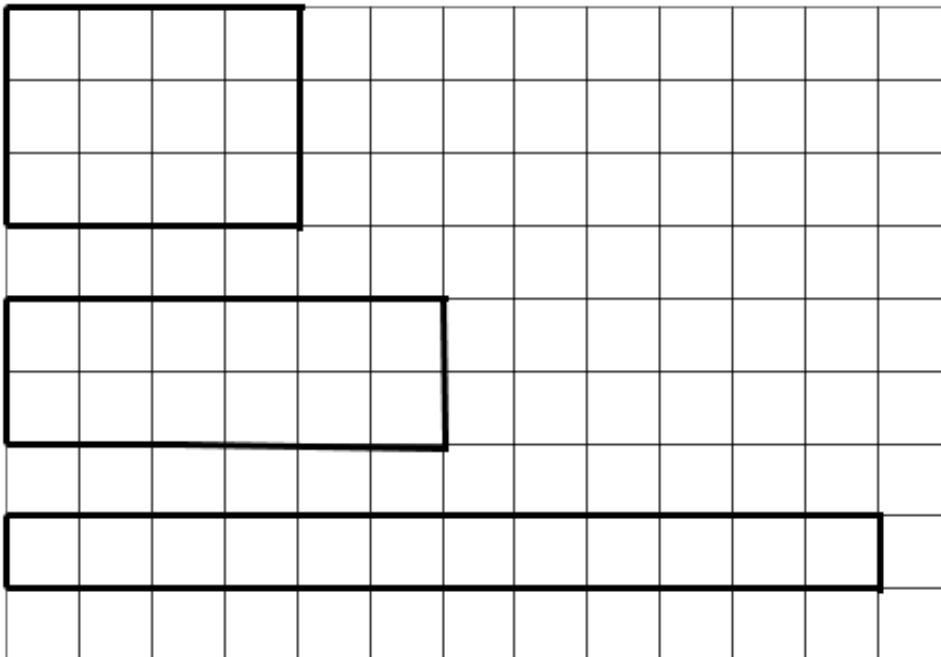
Kreuze an, wofür steht das  $n$ ?

- Für die kleinste der drei natürlichen Zahlen.
- Für die mittlere der drei natürlichen Zahlen.
- Für die größte der drei natürlichen Zahlen.
- Für die Differenz zwischen der kleinsten und der größten der drei natürlichen Zahlen.

/1 P.

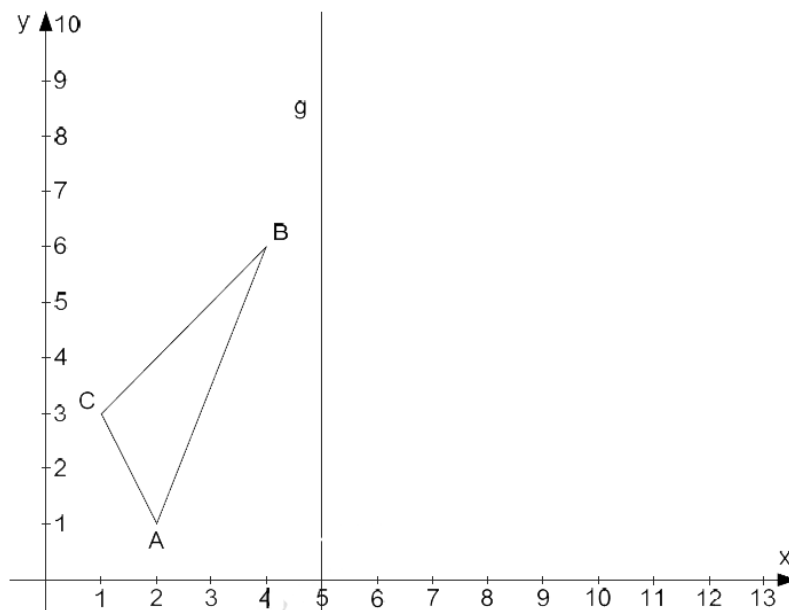
- A14** Ergänze zu drei Rechtecken jeweils so, dass sie alle einen Flächeninhalt von  $12 \text{ cm}^2$  haben.

*Die Quadrate haben eine Seitenlänge von 1 cm.*



/3 P.

**A15** Das Dreieck ABC wird an der Geraden g gespiegelt.

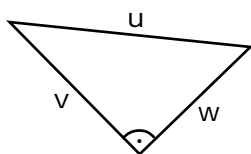


Kreuze die richtigen Koordinaten der dadurch entstehenden Bildfigur A' B' C' an.

- A'(8/7)    B'(6/8)    C'(9/11)
- A'(2/9)    B'(4/4)    C'(1/7)
- A'(1/8)    B'(6/6)    C'(3/9)
- A'(8/1)    B'(6/6)    C'(9/3)

----- /1 P.

**A16** Stelle die Gleichung für das nachfolgende rechtwinklige Dreieck nach dem Satz des Pythagoras auf.



Die Gleichung lautet:  $u^2 = v^2 + w^2$

----- /1P.



**A17** Gib an, wie viele dreistellige Zahlen es gibt, die man aus den Ziffern 7, 8 und 9 bilden kann, wenn jede Ziffer nur einmal auftreten darf.

Es gibt 6 solcher dreistelligen Zahlen.

/1 P.

---

**A18** Denke dir eine Zahl  $a$  aus. Addiere 3 und multipliziere das Ergebnis mit 3. Kreuze an, welcher Term den Sachverhalt richtig darstellt.

$a \cdot 3 + a$

$3 \cdot a + 9$

$a$

$a - 3$

/1 P.

---

**A19** In einem Dreieck ABC sind die folgenden Winkelgrößen bekannt:  
 $\alpha = 46^\circ$ ,  $\beta = 44^\circ$ ,  $\gamma = 90^\circ$

Kreuze an, welche Aussage zutrifft.

Das Dreieck ist gleichschenkelig.

Das Dreieck existiert nicht.

Das Dreieck ist rechtwinklig.

Das Dreieck ist spitzwinklig.

/1 P.

---

**A20** Für eine Funktion  $g$  gilt:  $g(x) = m \cdot x + b$  mit  $m > 0$  und  $b < 0$ .  
Der Graph ist immer ...

... eine fallende Gerade.

... eine Parabel.

... eine Parallele zur x-Achse.

... eine steigende Gerade.

/1 P.

---

**A21** Prüfe die Aussagen. Kreuze jeweils an.

	wahr	falsch
Ein Viereck kann einen überstumpfen Winkel enthalten.	X	
$10^{-1} = 9$		X

----- /2 P.

**A22** Es wird mit zwei Würfeln geworfen und die Augensumme wird gebildet.

Erkläre, warum die Wahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Augensummen nicht gleich sind und gib die Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 7 an.

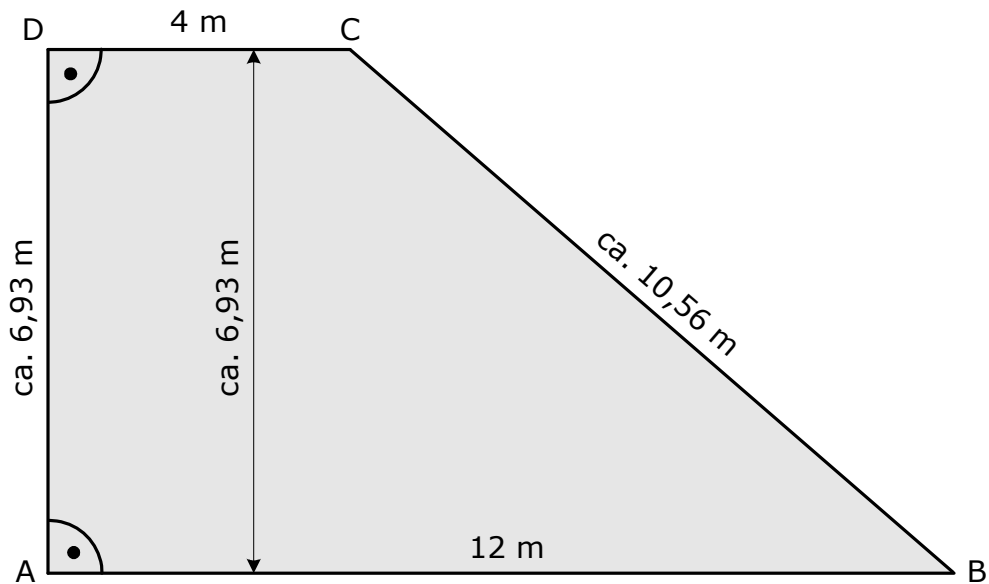
Es gibt unterschiedlich viele Möglichkeiten für die verschiedenen Augensummen; beispielsweise für 2 oder 12 jeweils nur eine. Für andere Augensummen gibt es mehr Möglichkeiten.

Wahrscheinlichkeit für 7:  $\frac{6}{36}$  (1)

----- /2 P.

**Sonnensegel**

a)



➤ Berechne den Flächeninhalt der Markise.

$$A = \frac{4 \text{ m} + 12 \text{ m}}{2} \cdot 6,93 \text{ m} \quad (1)$$

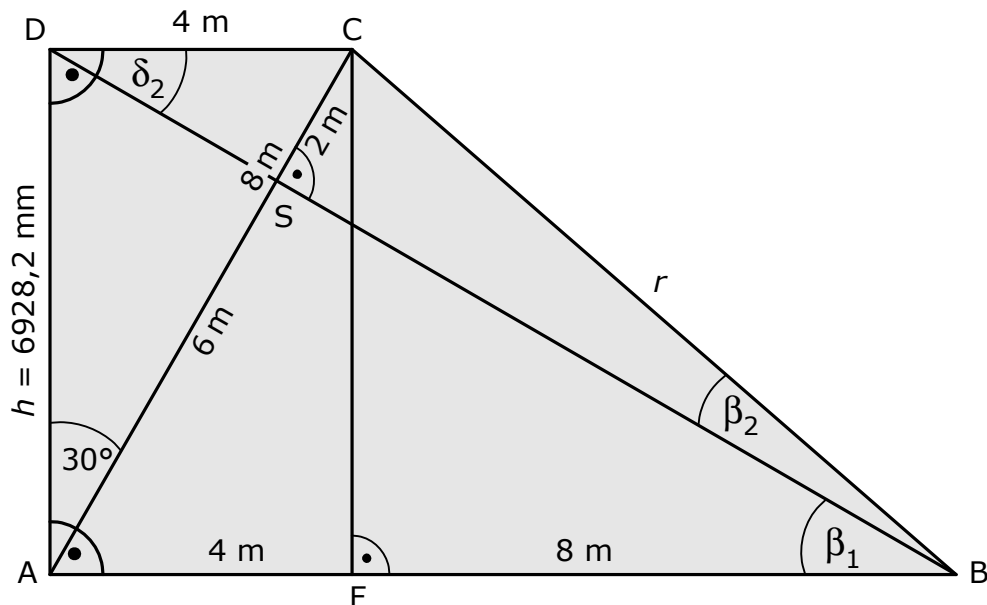
$$= 55,44 \text{ m}^2 \quad (1)$$

*Alternativ können beispielsweise das Zerlegungs- oder das Ergänzungsprinzip verwendet werden.*

-----  
/2 P.

**Hinweis:** Werden in einer Berechnung in **b)**, **c)** oder **d)** anstelle fehlender exakter Zwischenergebnisse Längenangaben aus den Zeichnungen verwendet, so sollen bei korrekter Rechnung die daraus resultierenden, leicht abweichenden Zahlenwerte als richtig gewertet werden.

**b)**



➤ Gib eine Gleichung an, mit der  $h$  exakt bestimmt werden kann.

Es sind verschiedene Ansätze im Dreieck  $ACD$  möglich, z.B.

$$\tan(30^\circ) = \frac{4 \text{ m}}{h}$$

$$\text{oder } \cos(30^\circ) = \frac{h}{8 \text{ m}}$$

$$\text{oder } h^2 + (4 \text{ m})^2 = (8 \text{ m})^2 \quad (1)$$

..... /1 P.

➤ Berechne die Länge der Strecke  $\overline{BC}$  auf 1 mm genau.

Es gibt verschiedene Ansätze, z.B. Satz des Pythagoras im Dreieck  $FBC$

$$r^2 = h^2 + (8 \text{ m})^2, \text{ wobei } h^2 = (8 \text{ m})^2 - (4 \text{ m})^2 = 48 \text{ m}^2 \quad (1)$$

$$r = \sqrt{48 \text{ m}^2 + 64 \text{ m}^2} \quad (1)$$

$$r = \sqrt{112 \text{ m}^2}$$

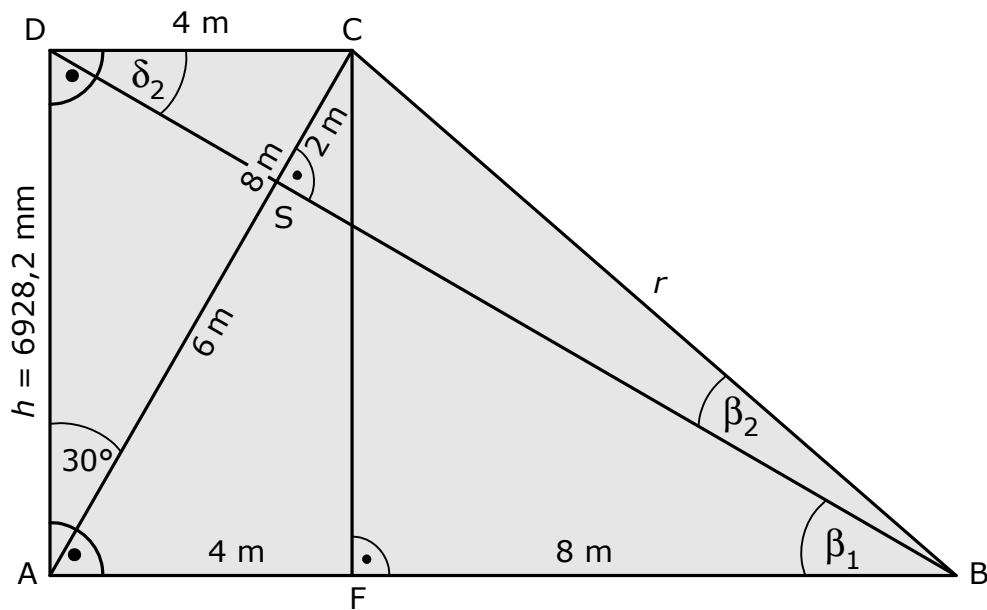
$$r \approx 10,583 \text{ m}. \quad (1)$$

Alternative ist z.B. der Kosinussatz im Dreieck  $ABC$

$$r^2 = (8 \text{ m})^2 + (12 \text{ m})^2 - 2 \cdot 8 \text{ m} \cdot 12 \text{ m} \cdot \cos(60^\circ)$$

..... /3 P.

c)



- Begründe möglichst ohne Rechnung, dass das Winkelmaß  $\beta_1$  genau  $30^\circ$  betragen muss.

↯  $\angle BAD$  ist ein rechter Winkel. ↯  $\angle CAD$  misst laut Zeichnung  $30^\circ$ . (1)

Also hat ↯  $\angle BAC$  genau  $60^\circ$ . Wegen der Winkelsumme im rechtwinkligen Dreieck  $ABS$  muss das Winkelmaß  $\beta_1$  genau  $30^\circ$  betragen. (1)

*Andere Begründungen sind möglich, z. B. kann man ausnutzen, dass die Schenkel des Winkels ↯  $\angle CAD$  und die Schenkel des Winkels ↯  $\angle DBA$  paarweise senkrecht aufeinander stehen. Wenn anstelle einer geometrischen Überlegung eine korrekte rechnerische Lösung erfolgt, so soll auch diese mit der vollen Punktzahl bewertet werden.*

..... /2 P.

- Weise rechnerisch nach, dass die Strecke  $\overline{AS}$  genau 6 m lang ist.

*Es sind verschiedene Ansätze möglich, z.B. im rechtwinkligen Dreieck  $ABS$*

$$\cos(60^\circ) = \frac{x}{12 \text{ m}} \quad (1)$$

$$x = 12 \text{ m} \cdot \cos(60^\circ) = 12 \text{ m} \cdot \frac{1}{2} = 6 \text{ m} \quad (1)$$

..... /2 P.

- Gib das Winkelmaß  $\delta_2$  möglichst ohne Rechnung an und begründe durch geometrische Überlegungen, dass diese Angabe exakt ist.

*Es sind verschiedene Überlegungen möglich, z.B.*

Die Seiten  $\overline{AB}$  und  $\overline{CD}$  sind parallel.  $\beta_1$  und  $\delta_2$  sind gleich groß, weil die zugehörigen Winkel Wechselwinkel sind. (1)

Das Winkelmaß  $\delta_2$  beträgt also  $30^\circ$ . (1)

*Auch eine Argumentation über die Ähnlichkeit der Dreiecke  $ACD$  und  $DSC$  bietet sich an.*

*Wenn anstelle einer geometrischen Überlegung eine korrekte rechnerische Lösung erfolgt, so soll auch diese mit der vollen Punktzahl bewertet werden.*

*/2 P.*

---

d) ➤ Berechne das Winkelmaß  $\beta_2$  .

*Es sind verschiedene Ansätze möglich, z.B.*

*Sinussatz im Dreieck DBC*

$$\frac{\sin(\delta_2)}{r} = \frac{\sin(\beta_2)}{4 \text{ m}} \Rightarrow \quad (1)$$

$$\sin(\beta_2) = \sin(\delta_2) \cdot \frac{4 \text{ m}}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \text{ m}}{\sqrt{112 \text{ m}^2}} \approx 0,1890 \Rightarrow \quad (1)$$

$$\beta_2 \approx 10,89^\circ \quad (1)$$

*Alternative: Im rechtwinkligen Dreieck FBC sind im Prinzip drei Seitenlängen bekannt. Aus dem Verhältnis zweier Seitenlängen lässt sich über Sinus, Kosinus oder Tangens das Winkelmaß  $\beta$  zu  $40,8934^\circ$  bestimmen. Aus der Differenz mit dem aus der Aufgabenstellung bekannten Winkelmaß  $\beta_1 = 30^\circ$  erhält man  $\beta_2$  .*

➤ Berechne die Länge der Diagonalen  $\overline{DB}$  .

*Es sind verschiedene Ansätze möglich, z.B.*

*Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck ABD* (1)

$$|DB|^2 = (12 \text{ m})^2 + h^2 \Rightarrow \quad (1)$$

$$|DB| = \sqrt{192 \text{ m}^2} \approx 13,856 \text{ m} \quad (1)$$

*Alternative: Kosinussatz im Dreieck DBC*

*Winkelsumme im Dreieck DBC*

$$\delta_2 + \beta_1 + \gamma = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\gamma = 180^\circ - (\delta_2 + \beta_1) \approx 139,11^\circ$$

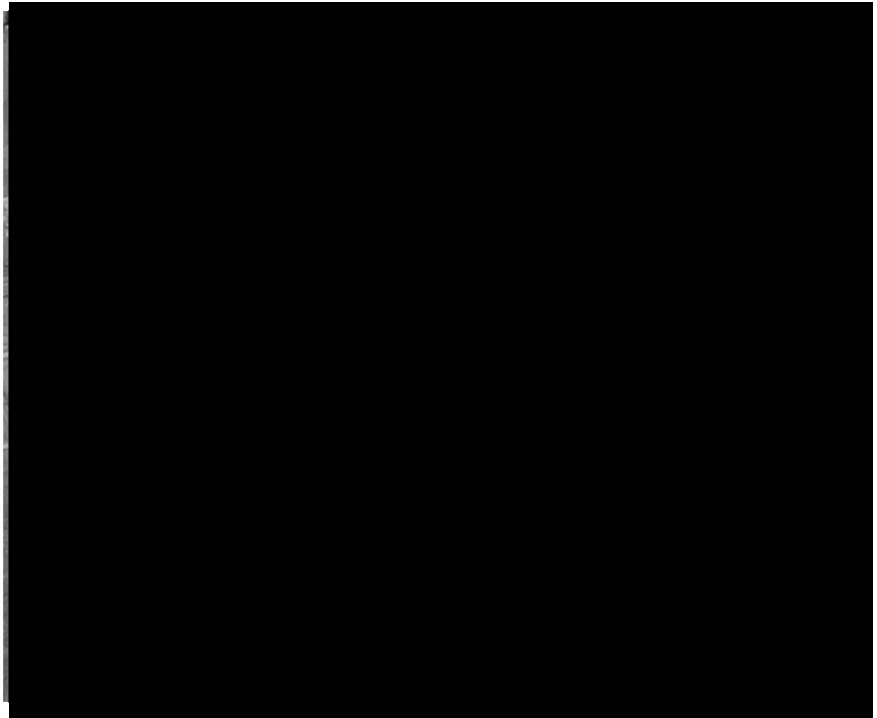
$$|DB|^2 = (4 \text{ m})^2 + r^2 - 2 \cdot (4 \text{ m}) \cdot r \cdot \cos(\gamma)$$

$$r = \sqrt{112} \text{ m} \approx 10,853 \text{ m}$$

$$|DB| = \sqrt{(4 \text{ m})^2 + r^2 - 2 \cdot (4 \text{ m}) \cdot r \cdot \cos(\gamma)} \approx 13,856 \text{ m}$$

-----  
/6 P.

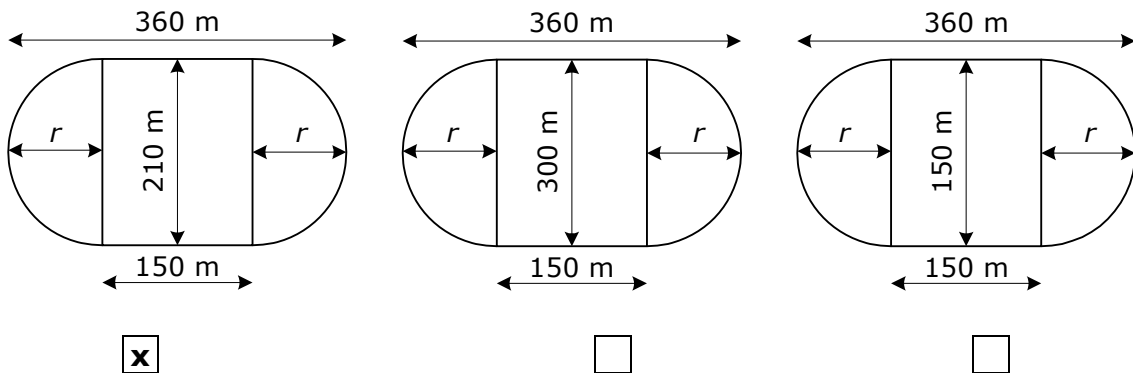
Die Form der Halle kann vereinfacht als Halbzylinder mit einer Viertelkugel auf jeder Seite beschrieben werden.



Quelle: AirWater

a) Für den Entwurf eines Lageplans erstellt ein Mitarbeiter eine nicht maßstäbliche Skizze des Grundrisses.

➤ Kreuze den Grundriss mit den richtigen Maßangaben an.



/1 P.



**b)** Die Halle hat keine senkrechten Außenwände, sondern das Dach der Halle erstreckt sich unmittelbar bis zum Boden. Der Übergang zwischen Boden und Hallenkörper muss durch ein wetterfestes Abdichtungsband verschlossen werden.

- Überprüfe durch eine Rechnung, ob eine Rolle mit 1000 m Abdichtungsband ausreicht.

Der Umfang der Grundfläche setzt sich zusammen aus zwei Halbkreisen und zwei Rechteckseiten.

$$u = \pi \cdot d + 2 \cdot 150$$

$$u \approx 959,73 \text{ m} \quad (1)$$

Für ca. 960 m reicht eine 1000 m-Rolle aus. (1)

/2 P.

**c)** Laut Homepage des Freizeitparks soll die Grundfläche mehr als neun Fußballfeldern entsprechen. Ein Fußballfeld hat die Fläche von ca. 7000 m<sup>2</sup>.

- Berechne die Grundfläche der Halle und überprüfe die Angabe des Freizeitparks.  
(Wenn du den Radius der Viertelkugeln nicht bestimmen kannst, verwende  $r = 105 \text{ m}$ .)

Berechnung des Radius:

$$r = (360 - 150) : 2$$

$$r = 105 \text{ m}$$

Der Radius der Viertelkugel beträgt 105 m.

Die Breite der Halle entspricht dem Durchmesser eines der Halbkreise.

$$b = 2 \cdot r$$

$$b = 210 \text{ m}$$

Die Breite der Halle beträgt 210 m. (1)

$$A_{\text{gesamt}} = A_{\text{Rechteck}} + 2 \cdot A_{\text{Halbkreis}} \quad (1)$$

$$A_{\text{gesamt}} = 150 \cdot 210 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{2} \quad (1)$$

$$A_{\text{gesamt}} \approx 31500 + 34636,05$$

$$A_{\text{gesamt}} \approx 66136,05 \text{ m}^2 \quad (1)$$

Neun Fußballfelder entsprechen einer Fläche von  $9 \cdot 7000 \text{ m}^2 = 63\,000 \text{ m}^2$ .

Die Betreiber der Homepage haben recht. Die Grundfläche ist größer als neun Fußballfelder. (1)

-----  
/5 P.

**d)** Der umbaute Raum der Halle von „Tropical Islands“ beträgt laut Architektenangaben ca. 5 Millionen  $\text{m}^3$ .

➤ Überprüfe, ob der umbaute Raum korrekt angegeben ist.

Der umbaute Raum setzt sich zusammen aus dem Volumen eines Halbzylinders und den Volumina zweier Viertelkugeln.

$$V_{\text{gesamt}} = V_{\text{Halbzylinder}} + 2 \cdot V_{\text{Viertelkugel}} \quad (1)$$

$$V_{\text{gesamt}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 105^2 \cdot 150 + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 105^3 \quad (2)$$

$$V_{\text{gesamt}} \approx 2597704 + 2424524$$

$$V_{\text{gesamt}} \approx 5,02 \text{ Mio m}^3$$

Ja, die Angabe stimmt. (1)

-----  
/4 P.

**e)** Alle fünf Jahre muss die Dachoberfläche der Halle professionell gereinigt werden. Der Betreiber holt drei Angebote ein.

➤ Überprüfe durch eine Rechnung, welches Angebot das günstigste ist.

Berechnung der Hallenoberfläche:

$$r=105 \text{ m} \quad h=150 \text{ m} \quad (1)$$

$$O_{\text{gesamt}} = M_{\text{Halbzylinder}} + 2 \cdot \frac{1}{4} O_{\text{Kugel}} \quad (1)$$

$$O_{\text{gesamt}} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$O_{\text{gesamt}} = \pi \cdot 105 \cdot 150 + 2 \cdot \pi \cdot 105^2 \quad (1)$$

$$O_{\text{gesamt}} \approx 118752,20 \text{ m}^2$$

$$\text{Preis Angebot 1: } O_{\text{gesamt}} \cdot 1 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} = 118752,20 \text{ €} \quad (1)$$

$$\text{Preis Angebot 2: } O_{\text{gesamt}} \cdot 0,80 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} + 19000 \text{ €} = 114001,76 \text{ €} \quad (1)$$

Preis Angebot 3: 120 000 €

Angebot 2 ist das günstigste. (1)

-----  
/6 P.

## B3 Funktionen: Vertretungsplan-App – Lösungen

Paul und Janine programmieren eine App für den Vertretungsplan an ihrer Schule.

Nach einem Tag nutzen sechs Schülerinnen und Schüler die App. An den darauffolgenden Tagen verdreifacht sich die Zahl täglich, so dass die App schon am vierten Tag von 162 Nutzern verwendet wird.

- a) Mit Hilfe einer Tabelle wollen Paul und Janine sich einen Überblick verschaffen:

Anzahl der Tage ab Upload	Anzahl der Nutzer
0	2
1	6
2	<b>18</b>
3	<b>54</b>
4	162

- Ergänze die fehlenden Anzahlen der Nutzer.

*Je ein Punkt.*

..... /2 P.

Die beiden überlegen, mit welcher Funktion man dieses Wachstum darstellen kann. Sie haben zwei Vermutungen:

$$f_1(x) = 2 \cdot 2^x \text{ und } f_2(x) = 3 \cdot 3^x.$$

Dabei steht  $x$  für die Anzahl der Tage seit dem Upload der App.

- Zeige, dass beide Funktionsterme **nicht** richtig sind.

*Es reicht zu zeigen, dass sich jeweils mindestens eines der gegebenen Wertepaare nicht durch die beiden Funktionsgleichungen darstellen lässt.*

*Je ein Punkt.*

..... /2 P.

**b)** Die tatsächliche Funktion für die ersten vier Tage lautet:

$$f(x) = 2 \cdot 3^x.$$

Paul behauptet: „Wenn das so weitergeht, haben wir bald 10 000 Nutzer.“

➤ Berechne, nach wie vielen Tagen mehr als 10 000 Nutzer zu erwarten wären.

$$f(x) = 2 \cdot 3^x$$

$$10000 = 2 \cdot 3^x \quad (1)$$

$$\frac{10000}{2} = 3^x$$

$$\log_3 \frac{10000}{2} = x$$

$$7,8 \approx x \quad (1)$$

Nach knapp 8 Tagen wären 10 000 Nutzer zu erwarten.

*Anstelle der Rechnung mit Logarithmen ist auch ein systematisches Probieren als gleichwertiges Lösungsverfahren zu akzeptieren. Auch Angaben wie z.B. „ca. 8 Tage“ oder „8 Tage“ sind zulässig.*

----- /2 P.

**c)** Am fünften und sechsten Tag nimmt die Anzahl jeweils nur um 170 zu.

➤ Ergänze die Tabelle:

Anzahl der Tage ab Upload	Anzahl der Nutzer
4	162
5	<b>332</b>
6	<b>502</b>

*Je ein Punkt.*

----- /2 P.

Für den fünften und sechsten Tag lässt sich die Entwicklung der Nutzerzahlen durch eine lineare Funktion der Form  $g(x) = m \cdot x + b$  beschreiben. Dabei ist  $g(4) = 162$ .

- Erläutere, welche Bedeutung  $m = 170$  in diesem Zusammenhang hat.

$m$  gibt die Steigung an und damit die 170 täglich hinzukommenden Nutzer.

-----  
/1 P.

- Berechne den Achsenabschnitt  $b$ .

$$162 = 170 \cdot 4 + b$$

$$162 - 170 \cdot 4 = b$$

$$-518 = b$$

-----  
/1 P.

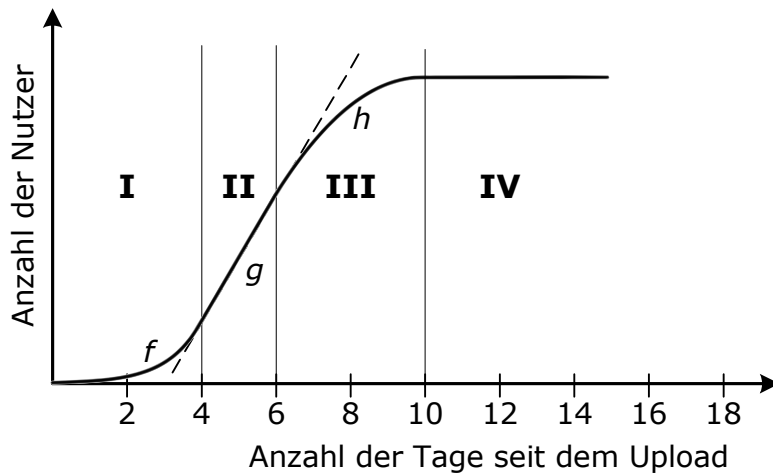
d) In der Realität können weder die exponentielle noch die lineare Zunahme der Nutzerzahlen die Situation **auf Dauer** richtig beschreiben.

➤ Nenne einen Grund dafür.

Die Anzahl der Schüler ist begrenzt. Ein unbegrenztes Anwachsen ist demnach nicht möglich.

-----/1 P.

Der abgebildete Graph stellt die Zunahme der Nutzerzahlen realistischer dar. Man kann vier Abschnitte unterscheiden:



- |      |                                |                                    |
|------|--------------------------------|------------------------------------|
| I:   | Uploadzeitpunkt bis zum 4. Tag | <i>f</i> , exponentielle Zunahme   |
| II:  | 4. Tag bis zum 6. Tag          | <i>g</i> , lineare Zunahme         |
| III: | 6. Tag bis zum 10. Tag         | <i>h</i> , parabelförmiger Verlauf |
| IV:  | ab dem 10. Tag.                |                                    |

➤ Interpretiere den Verlauf des Graphen ab dem 10. Tag.

Die Nutzerzahl steigt nicht weiter an (und fällt auch nicht).

-----/1 P.

- e) Für den Zeitraum vom 6. Tag bis zum 10. Tag kann der weitere Verlauf des Graphen durch  $h(x) = -20x^2 + 400x - 1178$  beschrieben werden.

➤ Berechne die Nullstellen dieser Funktion.

$$0 = -20x^2 + 400x - 1178 \quad (1)$$

$$0 = x^2 - 200x + \frac{589}{10}$$

$$0 = x^2 - 20x + 10^2 - 100 + \frac{589}{10}$$

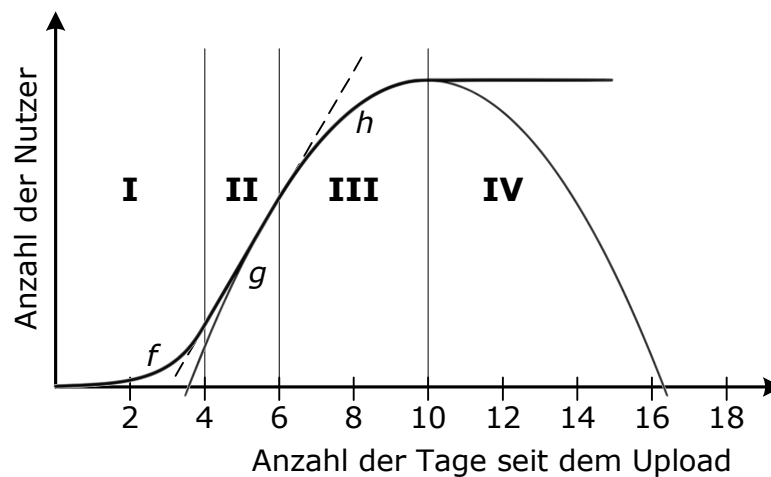
$$0 = (x - 10)^2 - \frac{411}{10}$$

$$\frac{411}{10} = (x - 10)^2$$

$$x = 10 + \sqrt{\frac{411}{10}} \approx 16,4 \quad \text{oder} \quad x = 10 - \sqrt{\frac{411}{10}} \approx 3,6 \quad (1)$$

----- /2 P.

➤ Zeichne die beiden Nullstellen in die Zeichnung ein und skizziere die Parabel.



----- /2 P.

- Zeige, dass die Parabel ihren Scheitelpunkt an der Stelle  $x = 10$  hat, und berechne, wie viele Nutzer demnach am 10. Tag zu erwarten sind.

Die  $x$ -Koordinate des Scheitelpunktes ist der arithmetische Mittelwert der beiden Nullstellen

$$x = 10 + \sqrt{\frac{411}{10}} \quad \text{und} \quad x = 10 - \sqrt{\frac{411}{10}}, \text{ also } x = 10. \quad (1)$$

Die Anzahl der Nutzer am 10. Tag ist

$$h(10) = -20 \cdot 10^2 + 400 \cdot 10 - 1178$$

$$h(10) = -2000 + 4000 - 1178 = 822. \quad (1)$$

*Die folgende formale Rechnung muss nicht ausgeführt werden. Sie entspricht ohnehin weitgehend dem oben bereits dargestellten Lösungsverfahren der quadratischen Gleichung bei der Nullstellenbestimmung.*

$$h(x) = -20x^2 + 400x - 1178$$

$$h(x) = -20 \cdot \left(x^2 - 20x + \frac{589}{10}\right)$$

$$h(x) = -20 \cdot \left(x^2 - 20x + 10^2 - 100 + \frac{589}{10}\right)$$

$$h(x) = -20 \cdot \left((x - 10)^2 - \frac{411}{10}\right)$$

$$h(x) = -20 \cdot (x - 10)^2 + 822$$

$$S(10|822)$$

----- /2 P.



## B4 Statistik und Wahrscheinlichkeit:

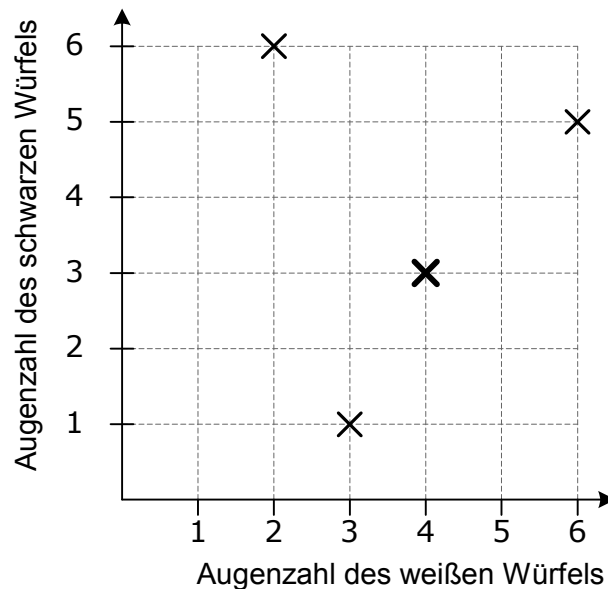
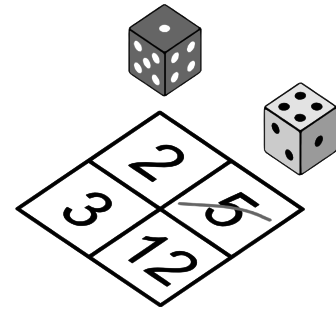
## Summenbingo – Lösungen

### Summenbingo

Summenbingo wird mit zwei normalen Spielwürfeln (einem weißen und einem schwarzen Spielwürfel) und einem Bingofeld gespielt.

Jeder Spieler trägt zunächst in sein leeres Bingofeld vier **verschiedene** Augensummen ein.

Beide Würfel werden gleichzeitig geworfen und deren Augensumme wird gebildet. Taucht diese Augensumme auf dem Bingofeld auf, darfst du sie durchstreichen. Das Bingofeld, auf dem zuerst alle Zahlen gestrichen wurden, hat gewonnen.



- a) Der weiße Würfel zeigt eine 4 und der schwarze Würfel eine 3.
- Trage das entsprechende Kreuz in das Koordinatensystem an der richtigen Stelle ein. (1)

/1 P.

Es wurde bereits dreimal gewürfelt.

- Entnimm dem Koordinatensystem alle vier gewürfelten Augensummen und trage sie in das untenstehende Bingofeld ein.

*4, 7, 8, 11 im Bingofeld*

*Einen oder keinen richtigen Wert: 0 Punkte*

*Zwei richtige Werte: 1 Punkt*

*Drei richtige Werte: 2 Punkte*

*Vier richtige Werte: 3 Punkte*

/3 P.

**b)** Es gibt 36 Möglichkeiten, die Augenzahlen zweier Würfel als Zahlenpaar aufzuschreiben. Alle Zahlenpaare sind gleich wahrscheinlich.

➤ Gib die Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 4 an.

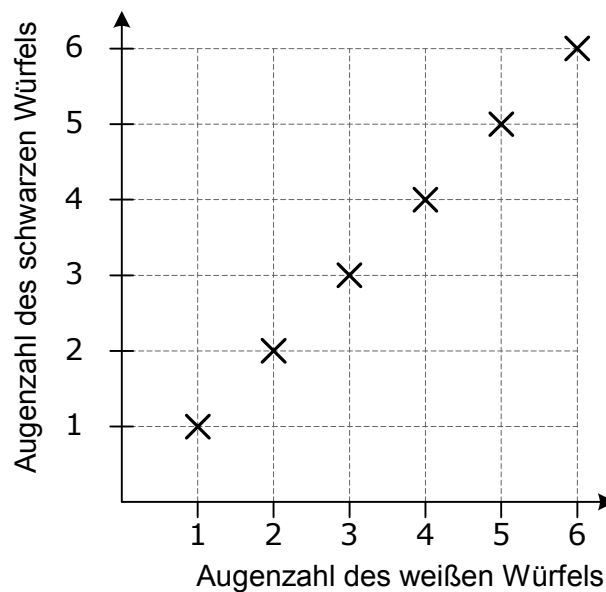
$$P(\text{Augensumme } 4) = \frac{3}{36}$$

*Erkennen der 36 Möglichkeiten als Wert für den Nenner* (1)

*Erkennen der 3 günstigen Ergebnisse als Wert für den Zähler.* (1)

-----  
/2 P.

➤ Trage die Kreuze für alle Ergebnisse des Ereignisses „Pasch“ in das Koordinatensystem ein.



*Bei mindestens zwei richtig eingetragenen Kreuzen ein Punkt* (1)

*Volle Punktzahl wird erteilt, wenn alle Kreuze richtig sind.* (1)

-----  
/2 P.

- c) Vor dir liegt das abgebildete Bingofeld.

2	5
3	12

- Entscheide, für welche Augensumme im Bingofeld die größte Wahrscheinlichkeit besteht, dass sie nach dem nächsten Wurf gestrichen wird. Begründe deine Entscheidung.

Die größte Wahrscheinlichkeit besteht für die Augensumme 5. (1)

Diese Augensumme kommt unter den 36 Möglichkeiten viermal vor.

Das ist häufiger als die der 2, 3 oder 12. (1)

----- /2 P.

Du darfst eine der Zahlen in diesem Bingofeld durch eine andere Augensumme ersetzen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beim nächsten Wurf eine Zahl gestrichen wird, soll dabei erhöht werden.

- Erläutere deine Vorgehensweise.

Die 2 kann durch die 4, 6, 7, 8, 9, 10 oder 11 ersetzt werden. (1)

*alternativ*

Die 3 kann durch die 4, 6, 7, 8, 9 oder 10 ersetzt werden.

*alternativ*

Die 5 kann durch die 6, 7 oder 8 ersetzt werden.

*alternativ*

Die 12 kann durch die 4, 6, 7, 8, 9, 10 oder 11 ersetzt werden.

*Erläuterung, beispielsweise*

$P(\text{Augensumme } 3) \text{ ist kleiner als } P(\text{Augensumme } 7)$ . (1)

----- /2 P.

- d) Du möchtest beim Bingospiel unbedingt gewinnen. Dazu empfiehlt es sich, für das Bingofeld solche Zahlen zu wählen, die mit hoher Wahrscheinlichkeit bei den nächsten Würfeln gestrichen werden.

- Wähle geeignete Zahlen aus, trage sie in das Bingofeld ein und begründe deine Entscheidung.


*Es gibt zwei Möglichkeiten: Es werden entweder die Zahlen 5, 6, 7 und 8 in das Bingofeld eingetragen oder es werden die Zahlen 6, 7, 8 und 9 in das Bingofeld eingetragen, denn bei diesen Zahlen ist die Wahrscheinlichkeit, bei den nächsten Würfeln gestrichen zu werden, am höchsten. Die Begründung kann beispielweise durch Angabe der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten erfolgen.*

$$P(\text{Augensumme } 5) = \frac{4}{36}, \quad P(\text{Augensumme } 6) = \frac{5}{36}$$

$$P(\text{Augensumme } 7) = \frac{6}{36}, \quad P(\text{Augensumme } 8) = \frac{5}{36}$$

*alternativ*

$$P(\text{Augensumme } 6) = \frac{5}{36}, \quad P(\text{Augensumme } 7) = \frac{6}{36}$$

$$P(\text{Augensumme } 8) = \frac{5}{36}, \quad P(\text{Augensumme } 9) = \frac{4}{36} \quad (4)$$

*Je ein Punkt.*

..... /4 P.

Jan hat sein Bingofeld optimal ausgefüllt.

Johanna sagt zu ihm: „Guck dir das an. Ich habe nicht genau die gleichen Zahlen wie du, aber mein Bingofeld ist auch optimal.“

➤ Zeige, dass Johanna recht hat.

*Johanna hat recht, weil es zwei Möglichkeiten gibt, das Bingofeld optimal auszufüllen. Es ist zur Begründung die jeweils andere Möglichkeit anzuführen und zu erläutern.* (2)

..... /2 P.

## **Bewertungsschlüssel MSA**

Prozente	Mittlerer Schulabschluss (Note)
≥90	1
≥75	2
≥60	3
≥45	4
≥22	5
<22	6